

Р. А. БРАЖЕ

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ НА ПОНИМАНИЕ ФИЗИКИ

Учебное пособие

Издание третье, стереотипное



• САНКТ-ПЕТЕРБУРГ •
• МОСКВА • КРАСНОДАР •
• 2018 •

ББК 22.3я73

Б 87

Браже Р. А.

Б 87 Вопросы и упражнения на понимание физики: Учебное пособие. — 3-е изд., стер. — СПб.: Издательство «Лань», 2018. — 72 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

ISBN 978-5-8114-2498-6

Пособие содержит вопросы и упражнения, способствующие лучшему пониманию дисциплины «Физика». Соответствует федеральным государственным образовательным стандартам высшего образования для естественнонаучных и технических направлений подготовки бакалавров.

Предназначено для студентов высших учебных заведений. Может быть использовано также преподавателями физики, школьниками старших классов и при проведении физических олимпиад.

ББК 22.3я73

Рецензенты:

Г. И. ГРЕЙСУХ — доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Физика и химия» Пензенского государственного университета архитектуры и строительства, заслуженный работник высшей школы РФ;

А. П. ПИЧУГИН — доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Теоретическая и прикладная физика» Новосибирского государственного аграрного университета, заслуженный работник высшей школы РФ.

Обложка

Е. А. ВЛАСОВА

© Издательство «Лань», 2018

© Р. А. Браже, 2018

© Издательство «Лань»,

художественное оформление, 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	4
Вопросы и упражнения.....	5
1. Механика.....	5
2. Электричество и магнетизм.....	11
3. Колебания и волны.....	15
4. Волновая оптика.....	20
5. Квантовая физика.....	23
6. Статистическая физика и термодинамика.....	26
Ответы и решения.....	29
1. Механика.....	29
2. Электричество и магнетизм.....	41
3. Колебания и волны.....	47
4. Волновая оптика.....	55
5. Квантовая физика.....	60
6. Статистическая физика и термодинамика.....	65
Список использованной литературы.....	69

ПРЕДИСЛОВИЕ

В пособии представлены вопросы и упражнения на понимание физики, которые содержатся в «Лекциях по физике» Р. А. Браже, опубликованных автором в ИПК «Венец» Ульяновского государственного технического университета в 2012 г., и в издательстве «Лань» в 2013 г., где они приведены без ответов и решений. Здесь эти вопросы и упражнения сопровождаются ответами, а в нетривиальных случаях и подробными решениями. Это дает возможность студентам, заинтересовавшимся поставленной проблемой при изучении лекционного курса, проверить свои соображения по данному поводу и получить ответ в случае возникших затруднений.

Поставленные вопросы имеют различный уровень сложности. Среди них есть весьма простые вопросы, для ответа на которые вполне достаточно того теоретического материала, который представлен в соответствующей лекции. Однако имеются и такие задания, которые требуют покопаться в специальной литературе и более продвинутых учебниках и учебных пособиях по физике. Представлены также упражнения, целью которых является закрепление теоретических положений, изложенных в лекциях. Словом, вопросы подобраны таким образом, чтобы на некоторые из них смог ответить даже самый слабый студент, а некоторые вызвали бы затруднение даже у сильных студентов.

Вопросы и упражнения написаны под сильным влиянием книг П. Л. Капицы «Физические задачи» (М.: Знание, 1972. – 46 с.) и Б. Ю. Когана «Сто задач по физике» (М.: Наука, 1986. – 64 с.), которые в свое время заставили автора немало поразмыслить над физической картиной мира. Подробный перечень использованных источников приведен в конце пособия.

Р. А. Браже

ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ

1. Механика

1.1. Как показал в 1850 г. французский физик Ж. Фуко, из-за вращения Земли вследствие действия силы Кориолиса плоскость колебаний математического маятника должна постепенно поворачиваться вправо. Маятник, примененный Фуко, представлял собой металлический шар массой 28 кг, подвешенный на тонком тросе длиной 67 м. За какое время плоскость колебаний такого маятника повернулась бы на 360° в Ульяновске, если бы колебания были незатухающими?

1.2. Есть такая головоломка: нужно закатить два шарика в противоположные лунки, находящиеся в верхней части качелей (на рис. 1.1 приведены вид сбоку и вид сверху). Как это сделать наискорейшим способом, используя законы механики?

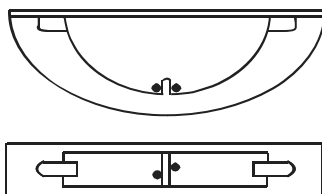


Рис. 1.1

1.3. Покажите, что скорость распространения света во вращающемся контуре зависит от направления распространения (эффект Саньяка). Докажите, что разность хода двух встречно бегущих по произвольному плоскому контуру световых лучей определяется выражением:

$$\Delta l = \frac{4\Omega S}{c},$$

где Ω – угловая скорость вращения контура, S – его площадь, c – скорость распространения света в неподвижном контуре.

1.4. Есть такая игрушка – «китайский волчок» (рис. 1.2). При быстром вращении его ось переворачивается, и волчок становится на ножку, продолжая вращаться. Объясните это явление, используя законы динамики вращательного движения.

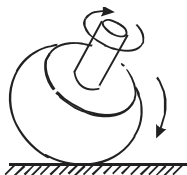


Рис. 1.2

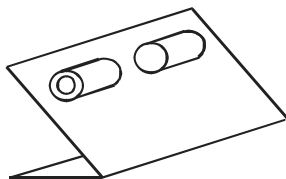


Рис. 1.3

1.5. Два цилиндра одинаковой массы и одинакового радиуса, сделанные из различных по плотности материалов, находятся на одинаковой высоте на наклонной плоскости (рис. 3). Один цилиндр сплошной, а в другом имеется цилиндрическая полость, коаксиальная внешней боковой поверхности цилиндра. Какой из цилиндров скатится быстрее? Зависит ли результат от соотношения внешних радиусов цилиндров? Считать, что цилиндры скатываются без проскальзывания, а коэффициент трения качения о плоскость у обоих цилиндров одинаков (например, они окрашены одной краской).

1.6. Объясните, используя законы динамики вращательного движения, почему при езде на велосипеде или мотоцикле во время крутого поворота приходится наклоняться в поворачиваемую сторону?

1.7. В 134 г. до н. э. древнегреческий астроном Гиппарх, сравнивая положение звезд с каталогом, составленным за 150 лет до него другим астрономом, Тимохарисом, обнаружил, что они сместились относительно точки весеннего равноденствия. Из этого факта Гиппарх открыл явление *прецессии* земной оси вокруг полюса эклиптики и вычислил ее период. Попробуйте сделать то же самое, зная, что сейчас Солнце входит в созвездие Овна 22 апреля, а во времена Тимохариса – 21 марта (день весеннего равноденствия).

1.8. Известно, что причиной приливов и отливов на море является Луна. Из-за действия приливных сил со стороны Луны момент импульса Земли постепенно уменьшается, а орбитальный момент им-

пульса Луны, вследствие закона сохранения момента импульса, возрастает. Исходя из этого, покажите, что Луна со временем удаляется от Земли.

1.9. Вблизи массивных звезд имеет место заметное нарушение однородности пространства, а вблизи двойных звезд нарушается также изотропность пространства. Означает ли это, что вблизи звезд нарушаются законы сохранения импульса и момента импульса? Если это так, то в каких случаях происходит уменьшение полного импульса (момента импульса) системы, а в каких случаях – увеличение?

1.10. Вблизи массивных звезд происходит заметное замедление времени. Означает ли это, что вблизи звезд нарушается закон сохранения полной механической энергии? Если это так, то она увеличивается или уменьшается? На что тратится механическая энергия системы или откуда она черпается?

1.11. Как используют артисты балета и фигуристы на льду закон сохранения момента импульса в своих выступлениях?

1.12. Для чего акробат, делая сальто, группируется в верхней точке прыжка? При объяснении этого явления путем привлечения закона сохранения момента импульса имейте в виду, что в данном случае ось, вокруг которой вращается тело спортсмена, не является неподвижной, а перемещается вместе с ним.

1.13. Если на ось электродвигателя насадить картонный диск и привести его в быстрое вращение, то можно перепилить деревянную доску. Объясните это явление, используя закон сохранения энергии и представление о неконсервативных силах.

1.14. Используя законы сохранения энергии и импульса, немецкий физик В. Паули в 1931 г. выдвинул гипотезу, что в бета-распадах атомных ядер наряду с электронами должны появляться неизвестные ранее электрически нейтральные частицы, названные впоследствии нейтрино. Попробуйте прийти к такому же выводу.

1.15. Если законы сохранения энергии и импульса сохраняются в явлениях, связанных с атомными ядрами, то при каких же пространственных и временных масштабах имеют место нарушения однородности пространства и времени в микромире?

1.16. Допустим, что есть труба длины l . Двигаясь вдоль ее оси, через трубу пролетает стержень длины $2l$. Воспользовавшись формулой для релятивистского сокращения масштабов, легко показать, что

при скорости стержня $V = \sqrt{3}c/2$ его длина в системе отсчета, связанной с трубой, также равна l . Тогда, «с точки зрения трубы», в какой-то момент времени стержень целиком оказывается в трубе. Однако по принципу относительности движения можно считать, что стержень покоится, а труба на него налетает со скоростью V . Тогда, «с точки зрения стержня», труба испытывает сокращение масштабов до $l/2$, и она никак не может полностью вместить его в себя. Как объяснить этот известный в СТО «парадокс стержня и трубы»?

1.17. В СТО известен «парадокс близнецов». Допустим, один из двух братьев-близнецов в возрасте 30 лет остается на Земле, а другой совершает космическое путешествие с околосветовой скоростью до некоторой планеты, обращающейся вокруг звезды, удаленной от нас на расстояние в 20 световых лет. Когда космонавт вернется на Землю, его брату будет уже более 70 лет, а для космонавта по земным часам время должно замедлиться, и он окажется значительно моложе своего брата-близнца (здесь мы предполагаем, что все биологические процессы в его организме также замедлятся). С другой стороны, согласно принципу относительности движения, можно считать, что космонавт вместе со своей ракетой покоился, а Земля «слетала» туда и обратно на расстояние в 20 световых лет. Тогда моложе должен оказаться тот из братьев, который оставался на Земле. Как быть с этим парадоксом?

1.18. При сгорании 1 кг каменного угля выделяется энергия, равная $2,9 \cdot 10^7$ Дж. Какова природа этой энергии? Сравните эту энергию с полной энергией, заключенной в 1 кг угля.

1.19. В Большом адронном коллайдере (БАК) протоны разгоняются до энергий в 14 ТэВ. С какой скоростью они летят?

1.20. Годовое потребление энергии всеми странами на Земле в 2010 г. достигло величины, эквивалентной сжиганию 10 Гт нефти. Какой массе, переводимой полностью в энергию, соответствует эта величина?

1.21. Частица, движущаяся с ускорением a , начав движение со скоростью v_0 , через какое-то время, согласно законам классической механики, может достичь скорости, равной скорости света в вакууме. Какой в действительности будет ее скорость с точки зрения СТО?

1.22. Из выражения для релятивистской массы следует, что для частицы с нулевой массой покоя единственная возможность обладать релятивистской массой, а значит и релятивистской энергией, являет-

ся необходимость двигаться со скоростью, равной скорости света в вакууме ($v = c$). Как увязать с этим обстоятельством тот факт, что скорость света в среде с показателем преломления n вычисляется по формуле $v = c/n < c$? Разве при движении в такой среде фотоны обладают массой покоя?

1.23. Почему масса частицы зависит от скорости ее движения относительно наблюдателя, а заряд не зависит, т. е. является релятивистским инвариантом?

1.24. Выведите формулы для преобразований компонент скорости изменения релятивистского импульса при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую.

1.25. Покажите, что движущийся в вакууме с некоторой скоростью свободный электрон не может излучить квант электромагнитной энергии, так как в этом случае нарушались бы законы сохранения. Напротив, электрон, находящийся в атоме в возбужденном состоянии, способен испустить квант излучения без нарушения законов сохранения.

1.26. Объясните, почему при вытекании через сливное отверстие воды из ванны в ней образуется заполненная воздухом воронка?

1.27. Объясните, почему упомянутая выше воронка в ванне вращается? От чего зависит направление вращения жидкости в такой воронке?

1.28. Простейший пульверизатор представляет собой две расположенные под прямым углом трубки одинакового диаметра (рис. 1.4). Вертикальная трубка опущена нижним концом в жидкость, а через горизонтальную трубку продувают воздух. Объясните принцип работы такого пульверизатора.

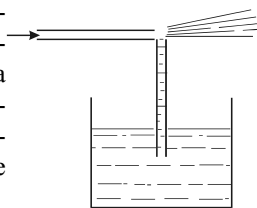


Рис. 1.4

1.29. Как сделать так, чтобы вода, вытекающая из отверстия, сделанного в нижней части сосуда, вытекала из него с постоянной скоростью?

1.30. Когда два корабля идут параллельным курсом на близком расстоянии друг от друга, они рискуют столкнуться, так как между ними возникает сила притяжения. Объясните это явление.

1.31. От заноса железнодорожных путей снегом вдоль магистрали часто устанавливают деревянные решетчатые щиты. Объясните принцип их действия.

1.32. Когда капли дождя падают в лужу, возникают брызги, летящие вверх. Объясните это явление. От чего больше зависит высота брызг: от размеров капли или от скорости ее падения?

2. Электричество и магнетизм

2.1. Циркуляция и связанный с ней через теорему Стокса ротор векторной функции определяют вихревые характеристики силового поля, описываемые аксиальными векторами. Приведите примеры таких силовых полей.

2.2. Поток и связанная с ним через теорему Остроградского – Гаусса дивергенция векторной функции определяют свойства расходимости силового поля, описываемые полярными векторами. Приведите примеры таких силовых полей.

2.3. Градиент скалярной функции с физической точки зрения определяет наибольшую скорость изменения этой функции в пространстве ее переменных. Это обобщение понятия «производная» на функции многих переменных. Приведите примеры физических величин, которые можно выразить через градиент какой-либо другой величины.

2.4. Вследствие глобальной грозовой активности поверхность Земли имеет некоторый, в среднем постоянный, отрицательный электрический заряд. Этому заряду соответствует напряженность электрического поля, равная вблизи поверхности Земли приблизительно 130 В/м. Чему равна напряженность электрического поля непосредственно под поверхностью Земли?

2.5. Земля имеет собственное магнитное поле, индукция которого вблизи ее поверхности составляет около $5 \cdot 10^{-5}$ Тл. Каким током создается это поле? Может ли оно быть создано электрическим током, возникающим из-за движения заряда на поверхности Земли (см. предыдущий вопрос) при ее суточном вращении вокруг своей оси?

2.6. Вокруг движущегося заряда возникает магнитное поле, силовые линии которого замкнуты и охватывают направление движения заряда. Изменяется ли при этом электрическое поле данного заряда по сравнению с электрическим полем неподвижного заряда?

2.7. Наблюдатель движется со скоростью v вдоль заряженного проводника. Линейная плотность заряда в проводнике равна λ . Чему равна индукция магнитного поля, измеренного наблюдателем?

2.8. Мимо наблюдателя со скоростью v движется незаряженный проводник, в котором протекает ток силой I . Чему равна напряженность электрического поля, измеренная наблюдателем?

2.9. Российский многофункциональный истребитель-бомбардировщик Су-34 летит со скоростью 14 000 км/ч строго на север. Вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли равна $5 \cdot 10^5$ Тл и направлена вниз. Чему равна разность потенциалов, индуцируемая на концах крыльев самолета? Обшивку самолета считать цельнометаллической. Размах крыльев самолета равен 14,7 м.

2.10. Индукция магнитного поля Земли вблизи магнитных полюсов примерно равна 10^{-4} Тл. Предположим, что такое поле создается кольцевым током радиуса 5000 км, протекающим в плоскости экватора. Чему должна равняться сила такого тока?

2.11. Используя закон Ампера для двух элементов тока, выведите закон Ампера для силы взаимодействия на единицу длины двух параллельных проводников с током.

2.12. Пусть, например, при взаимодействии двух элементов тока, лежащих в одной плоскости, $d\vec{l}_1 \uparrow \uparrow \vec{r}_{12}$, а $d\vec{l}_2 \perp \vec{r}_{12}$. Тогда, согласно закону Ампера для двух элементов тока, $d\vec{F}_{12} = 0$, а $d\vec{F}_{21} \neq 0$. Таким образом, в таком взаимодействии нарушается третий закон Ньютона: действие не равно противодействию. Как объяснить это явление?

2.13. Чему равна сила на единицу длины, действующая между двумя параллельными проводниками с током по 1 А в каждом, если проводники расположены на расстоянии 1 м друг от друга?

2.14. Свободно плавающий в воздухе мыльный пузырь наэлектризовали. Как изменился его радиус?

2.15. Некий студент задался целью изготовить конденсатор емкостью в 1 Ф, используя две полоски фольги шириной 10 см, между которыми расположен изолятор в виде промасленной бумаги толщиной 0,05 мм ($\epsilon = 5,0$). Какой длины полоски фольги для этого придется взять? Как вообще делают конденсаторы со столь большой емкостью?

2.16. Определите массу воды, которую можно нагреть от комнатной температуры до кипения, полностью затратив энергию заряженного до напряжения 10 кВ конденсатора емкостью 100 мкФ.

2.17. На какую высоту можно поднять тело массой в 1 кг, используя энергию конденсатора из предыдущего вопроса?

2.18. Объемная плотность энергии электрического поля определяется выражением $w = (1/2)\epsilon_0\epsilon E^2$. Как должна вычисляться объемная плотность энергии магнитного поля?

2.19. Давление, оказываемое на диэлектрик, находящийся между пластинами конденсатора, можно найти по формуле $p = w = (1/2)\epsilon_0\epsilon E^2$. Как вычислить давление, оказываемое со стороны магнитного поля на сердечник, находящийся внутри соленоида?

2.20. По медному проводу сечением 1 мм^2 протекает ток силой 1 А. Чему равна средняя скорость дрейфа электронов в этом проводе?

2.21. Чему равна средняя длина свободного пробега электронов из предыдущего вопроса?

2.22. Какова частота столкновений электронов с ионами кристаллической решетки при протекании электрического тока в медном проводнике? Подвижность электронов в меди равна $3,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$.

2.23. Если растянуть медную проволоку на 0,1%, то как изменится ее сопротивление?

2.24. Источник тока замыкается один раз резистором с сопротивлением R_1 , а другой – резистором с сопротивлением R_2 . Может ли количество теплоты, выделившееся в нагрузке, быть при этом одинаковым?

2.25. Электрическая лампочка, рассчитанная на напряжение 3,5 В и ток накала 0,25 А подключается к конденсатору емкостью 0,10 Ф (1000 конденсаторов по 100 мкФ каждый, соединенных параллельно), заряженному до напряжения 3,5 В. Через какое время лампочка погаснет, если это происходит при понижении напряжения на ней до 0,5 В?

2.26. На гладком столе покоится отрезок медного провода длиной 1,0 м. К нему подключается напряжение 1,0 кВ. Какой будет скорость «отдачи» проводника в момент включения напряжения?

2.27. В черном ящике, имеющем три вывода (рис. 2.1), три резистора могут быть соединены звездой (а) либо треугольником (б). Предложите способ, позволяющий определить, какой тип соединения резисторов реализован в черном ящике? Выразите R_1 , R_2 , R_3 через

сопротивления между выводами ящика R_{12} , R_{23} , R_{13} для обоих возможных случаев.

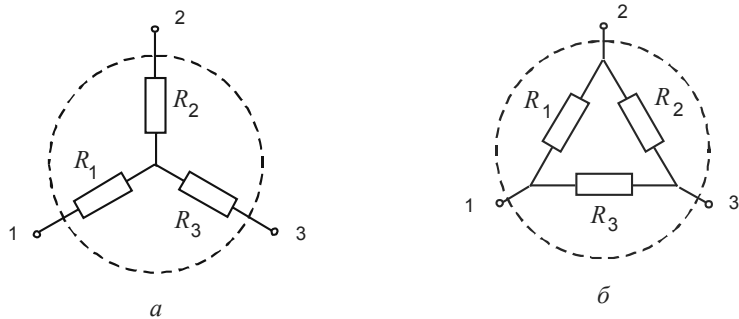


Рис. 2.1

3. Колебания и волны

3.1. В трехфазном генераторе переменного тока вырабатываются напряжения в виде гармонических колебаний одинаковой частоты и амплитуды с фазами φ , $\varphi + 2\pi/3$, $\varphi + 4\pi/3$. Чему будет равно результирующее напряжение на каком-либо участке цепи, если к нему подключить сразу все три фазы? Как это используется на практике?

3.2. Поясните с помощью векторной диаграммы, почему при использовании трехфазного переменного тока (см. предыдущий вопрос) действующее напряжение в каждой фазе равно не 220 В, а 127 В?

3.3. Изобразите фазовый портрет колебаний, изображенных на рисунке 3.1.

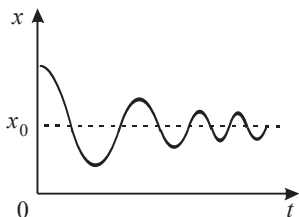


Рис. 3.1

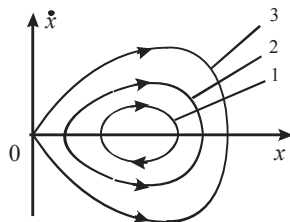


Рис. 3.2

3.4. Изобразите графики колебаний, описываемых различными фазовыми траекториями, изображенными на рисунке 3.2.

3.5. Какой стратегии следует придерживаться, чтобы, качаясь на качелях, сильнее всего раскачаться?

3.6. Покажите, что в любом физическом маятнике существуют в общем случае четыре точки, при подвешивании за которые его период не изменяется.

3.7. Имеются шарик массой m и две одинаковые пружины жесткостью k . Чему равен период колебаний пружинного маятника, если шарик подвешен: а) на одной пружине, б) на двух последовательно соединенных пружинах, в) на двух параллельно соединенных пружинах?

3.8. Шарик из предыдущего вопроса находится между вертикально расположенными пружинами, противоположные концы которых жестко закреплены. Чему будет равен период колебаний такого пружинного маятника, если шарик сместить из положения равновесия: а) в вертикальном направлении, б) в горизонтальном направлении?

3.9. В результате сложения двух одинаково направленных гармонических колебаний с одинаковыми амплитудами и периодами получилось результирующее колебание с тем же периодом и той же амплитудой. Найдите разность фаз складываемых колебаний.

3.10. Точка на экране осциллографа участвует в двух взаимно перпендикулярных колебаниях: $x = a \sin \omega_0 t$, $y = b \cos \omega_0 t$. Запишите уравнение траектории движения точки на экране и укажите направление ее движения.

3.11. На горизонтально отклоняющие и вертикально отклоняющие пластины осциллографа поданы соответственно напряжения (в вольтах) $U_x = 50 \sin 314t$ и $U_y = 100 \cos 314t$. Чувствительности отклоняющих пластин одинаковы и равны $\gamma = 0,5$ мм/В. Напишите уравнение траектории точки, наблюдаемой на экране осциллографа.

3.12. Ухо обычного человека, а не профессионального музыканта, чаще всего не в состоянии различить две ноты, если их частоты отличаются менее чем на 10 Гц. Поставим рядом два камертона, настроенных на ноту «ля» первой октавы. Один из них соответствует международному стандарту и звучит на частоте 435 Гц, другой – стандарту США (440 Гц). Заставим звучать оба камертона одновременно. Что мы услышим?

3.13. Поезд медленно движется в сторону туннеля в горе со скоростью 5 м/с. Машинист поезда дает гудок частотой 340 Гц. Человек стоит у железнодорожной насыпи, смотрит вслед удаляющемуся поезду и слышит одновременно гудок поезда и его эхо, возникающее при отражении звука гудка от скалы. На какой частоте возникают биения этих двух сигналов?

3.14. Изобразите фигуру Лиссажу, получающуюся при сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний, частоты которых относятся друг к другу, как 2/3. Разность начальных фаз складываемых колебаний равна $\pi/2$.

3.15. Покажите, что для механической колебательной системы с массой m , жесткостью k и коэффициентом сопротивления r добротность может быть вычислена по формуле

$$Q = \frac{\sqrt{mk}}{r} = \frac{\omega m}{r} = \frac{k}{\omega r}.$$

3.16. Покажите, что для радиотехнического контура с индуктивностью L , емкостью C и активным сопротивлением R добротность может быть вычислена по формуле

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega L}{R} = \frac{1}{\omega RL}.$$

3.17. Покажите, что среднее по времени значение входной мощности в колебательной системе можно вычислить по формуле

$$P = P_0 \frac{4\beta^2 \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2},$$

где P_0 – значение P при резонансе, т. е. когда частота сигнала $\omega = \omega_0$. Используя это выражение, покажите, что значения частоты, для которых P равно половине максимального значения P_0 , определяются выражением

$$\omega^2 = \omega_0^2 \pm 2\beta\omega.$$

3.18. Используя последнее выражение, покажите, что определяемая по уровню половинной мощности ширина резонансной кривой

$$(\Delta\omega)_{\text{res}} = 2\beta,$$

а произведение полуширины резонансной кривой на время релаксации колебательной системы:

$$\frac{(\Delta\omega)_{\text{res}}}{2} \tau = 1.$$

3.19. Покажите, что добротность колебательной системы равна отношению резонансной частоты к ширине резонансной кривой по уровню половинной мощности:

$$Q = \frac{\omega_0}{(\Delta\omega)_{\text{res}}}.$$

3.20. Сравните значения скорости звука в воздухе, вычисленные в изотермическом и в адиабатическом приближениях. Ограничьтесь рассмотрением нормальных атмосферных условий.

3.21. Начиная с каких частот, можно было бы пользоваться формулой Ньютона для скорости звука в воздухе при нормальных атмосферных условиях? Какие проблемы возникают при распространении таких звуковых волн в воздухе?

3.22. Найдите акустический импеданс воздуха при нормальных атмосферных условиях.

3.23. Покажите, что интенсивность упругой волны может быть вычислена по формуле

$$I = Z \left\langle \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 \right\rangle,$$

где Z – акустический импеданс среды, а ψ – смещение частиц в упругой волне.

3.24. Порог слышимости человеческого уха на частоте 1 кГц соответствует звуковому давлению $2 \cdot 10^{-5}$ Па. Какова амплитуда таких колебаний, соответствующая смещению барабанной перепонки? Какова интенсивность такого звука?

3.25. Вблизи болевого порога человеческого уха звуковое давление составляет 64,5 Па. Какова амплитуда смещения барабанной перепонки при таких звуковых колебаниях, если частота звука равна 1 кГц? Какова интенсивность такого звука в Вт/м² и в децибелах? Принять во внимание, что $I \text{ дБ} = 10 \lg(I_2/I_1)$, где I_2 и I_1 – соответственно интенсивности звука, измеренные для сравнения.

3.26. Показатель преломления воздуха $n = 1,00029$. Его относительная магнитная проницаемость $\mu \approx 1$, а относительная диэлектрическая проницаемость $\epsilon = 1,00059$ (экспериментально измеренные значения при нормальных атмосферных условиях). Данные величины

хорошо удовлетворяют формуле $n = \sqrt{\epsilon\mu}$. В то же время для воды $n = 1,33$, $\mu \approx 1$, а $\epsilon = 81$, что противоречит указанной формуле. В чем здесь дело?

3.27. Акустическому характеристическому импедансу среды $Z = \rho v$ в случае электромагнитных волн соответствует *электрический характеристический импеданс* среды (по отношению к электромагнитным волнам) $Z = \sqrt{\mu_0\mu / (\epsilon_0\epsilon)}$. Вычислите характеристический импеданс вакуума.

3.28. Покажите, что для электрического поля электромагнитной волны амплитудный коэффициент отражения должен описываться формулой

$$R_E = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2},$$

где Z_1 и Z_2 – соответственно характеристические импедансы среды, из которой падает электромагнитная волна, и среды, на которую она падает.

3.29. Используя записанное выше выражение для коэффициента отражения, покажите, что при отражении света от границы воздух – стекло теряется примерно 4% его интенсивности.

4. Волновая оптика

4.1. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы свет, отраженный от поверхности озера, стал максимально поляризованным?

4.2. Циркулярно поляризованный свет интенсивностью I_0 падает на стопку из трех поляроидов. Первый и третий поляроиды скрещены, а главная плоскость второго поляроида образует угол α с главной плоскостью первого поляроида. Чему равна интенсивность света на выходе из этой системы поляроидов?

4.3. Луч естественного света падает на стеклянную пластину под углом Брюстера. Какова степень поляризации света, прошедшего через пластину?

4.4. Плоскополяризованный свет падает на полуволновую пластинку, которая вращается вокруг оси пучка с угловой скоростью ω_0 . Какой будет поляризация света на выходе из пластинки?

4.5. Луч естественного света падает на поверхность одноосного оптически отрицательного кристалла под острым углом к нормали. Оптическая ось кристалла лежит в плоскости падения и перпендикулярна падающему лучу. Изобразите качественно направления распространения обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле и укажите их поляризацию.

4.6. В древних скандинавских сагах говорится, что, плавая за полярным кругом, викинги могли установить положение Солнца даже тогда, когда оно опускалось ниже горизонта, с помощью таинственного «солнечного камня». Ученые установили, что таким камнем был кристалл кордерита, обладающий двойным лучепреломлением и заметным дихроизмом. Опишите, как им пользовались викинги.

4.7. Плоскополяризованный световой луч проходит через трубку, содержащую раствор сахара, в результате чего его плоскость поляризации поворачивается на 45° . Далее свет отражается от плоского зеркала и проходит через раствор сахара в обратном направлении. Каким будет результирующий угол поворота плоскости поляризации такого луча?

4.8. Длина когерентности пучка, излучаемого гелий-неоновым лазером ($\lambda_0 = 0,63$ мкм), по результатам измерений составляет 15 см. Определите ширину полосы $\Delta\lambda$ длин волн излучения этого лазера.

4.9. Диаметр пучка небольшого гелий-неонового лазера ($\lambda_0 = 0,63$ мкм) в двух сечениях, расположенных на расстоянии $L = 0,8$ м друг от друга, изменяется от $D_1 = 1$ мм до $D_2 = 2$ мм. Определите радиус когерентности такого лазерного луча.

4.10. В опыте Юнга расстояние между щелями $l = 1$ мм. Расстояние от щелей до экрана $D = 1$ м. Длина волны монохроматического света, падающего на щели, $\lambda_0 = 0,63$ мкм. Найдите расстояния светлых полос x_{\max} от центра интерференционной картины и их ширину.

4.11. Как изменится результат предыдущего упражнения, если опыт Юнга повести не в воздухе, а в этиловом спирте ($n = 1,36$)?

4.12. На пути одного из лучей в опыте Юнга с двумя щелями ставится тонкая стеклянная пластинка. Что произойдет с интерференционной картиной? Где может быть использовано это явление?

4.13. На мыльную пленку ($n = 1,33$) падает белый свет под углом $i = 45^\circ$. При какой наименьшей толщине пленки отраженные лучи будут окрашены в зеленый цвет ($\lambda_0 = 0,560$ нм)? Какого цвета будет казаться эта пленка в отраженном свете, если белый свет будет падать на нее нормально?

4.14. Объектив из стекла с показателем преломления $n = 1,50$ покрыт просветляющей пленкой, показатель преломления которой $n' = 1,22$. Какой должна быть минимальная толщина такой пленки для света с длиной волны $\lambda_0 = 0,560$ нм?

4.15. Плоская монохроматическая световая волна падает нормально на круглое отверстие в непрозрачной пластине. Оцените интенсивность света в точке, для которой отверстие равно: а) первой зоне Френеля; б) внутренней половине первой зоны Френеля; в) открытой части первой зоны Френеля, половина которой (по диаметру) закрыта.

4.16. На отверстие радиусом r падает нормально плоская световая волна длиной $\lambda \ll r$. На каких расстояниях x от центра отверстия наблюдаются максимумы освещенности?

4.17. Интенсивность нулевого максимума дифракционной картины от одной щели равна I_0 . Определите интенсивность последующих двух максимумов.

4.18. Изобразите качественно зависимость интенсивности дифрагированного света от угла дифракции для дифракционной решетки из $N = 6$ щелей шириной $a = 1$ мкм каждая с периодом $d = 3$ мкм, на которую падает нормально плоская волна монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм.

4.19. Как изменится интенсивность света в главных максимумах при дифракции Фраунгофера на дифракционной решетке, если: а) увеличить число щелей в 2 раза; б) увеличить ширину щелей в 2 раза, оставив их число неизменным?

4.20. Для определения толщины проволоки перпендикулярно к ней направляют луч гелий-неонового лазера с длиной волны (в вакууме) $0,63$ мкм. На экране, удаленном от проволоки на расстояние $0,5$ м, наблюдается дифракционная картина. Ширина центрального максимума равна 10 мм. Чему равна толщина проволоки?

4.21. Диэлектрическая проницаемость плазмы зависит от частоты электромагнитных волн по закону $\epsilon(\omega) = 1 - \omega_p^2 / \omega^2$, где ω_p – плазменная частота колебаний электронов. Найдите фазовую и групповую скорости электромагнитных волн в плазме.

5. Квантовая физика

5.1. Используя формулу Планка для спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, получите выражение для объемной спектральной плотности энергии теплового излучения.

5.2. Солнечный спектр близок к спектру абсолютно черного тела, максимум спектральной плотности энергетической светимости которого приходится на длину волны 0,50 мкм. Найдите температуру на поверхности Солнца, мощность его теплового излучения и энергетическую светимость.

5.3. Используя результат ответа на предыдущий вопрос, найдите мощность теплового излучения Солнца, достигающего Земли.

5.4. Покажите, что для серого тела (т. е. тела, коэффициент поглощения которого не зависит от длины волны излучения), как и для абсолютно черного тела, справедлив закон смещения Вина.

5.5. При испускании электронов из металла в результате фотоэффекта металл, естественно, заряжается положительно. Определите, до какого потенциала зарядится серебряная монета, если ее облучать ультрафиолетовыми лучами с длиной волны 200 нм? Работа выхода электрона из серебра равна 4,74 эВ.

5.6. Может ли свободный электрон поглотить налетающий на него фотон?

5.7. Масса нейтрона превышает массу электрона в 1839 раз. Соответственно, при одинаковой с электроном скорости движения его длина волны де Бройля будет во столько же раз меньше. Стало быть, нейтронный микроскоп должен обладать гораздо большей разрешающей способностью, чем электронный микроскоп. Отчего же тогда не делают нейтронные микроскопы?

5.8. Покажите, что групповая скорость волнового пакета из волн де Бройля некоторой частицы равна скорости движения этой частицы.

5.9. Чему равна дебройлевская длина волны частицы, находящейся в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной a в состоянии с квантовым числом $n = 3$?

5.10. В одномерной бесконечно глубокой потенциальной яме шириной a находится релятивистская частица с массой покоя m_0 . Чему равна энергия стационарных состояний такой частицы?

5.11. Математический маятник массой m и длиной l совершает малые колебания. Определите энергию нулевых колебаний такого осциллятора и их амплитуду.

5.12. Электрон в атоме водорода находится в состоянии с главным квантовым числом $n = 4$. Сколько различных волновых функций соответствует этому состоянию?

5.13. Какова кратность вырождения состояния $3d$ в атоме водорода?

5.14. На сколько подуровней расщепляется уровень $5d$ во внешнем магнитном поле?

5.15. Найдите первый потенциал возбуждения атома водорода. Сравните его с потенциалом ионизации этого атома.

5.16. Вычислите длины волн (в вакууме) всех спектральных линий атома водорода, попадающих в диапазон видимого света. Ядро атома считать неподвижным.

5.17. Во сколько раз отличаются длины волн спектральных линий ионов He^+ и Li^{2+} по сравнению с соответствующими линиями атомарного водорода? Движением ядра атома пренебречь.

5.18. Какие линии в спектре водорода и в спектре He^+ имеют одинаковую длину волны? Чему равна эта длина волны? Движением ядра пренебречь.

5.19. Атомы газообразного водорода находятся в состоянии с $n = 4$. Сколько линий будет наблюдаться в спектре излучения такого газа?

5.20. Одной из фундаментальных констант природы является постоянная тонкой структуры

$$\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}.$$

Выразите через эту константу постоянную Ридберга и запишите в новых обозначениях сериальную формулу Бальмера.

5.21. В открытом космосе, где концентрация частиц чрезвычайно мала, могут существовать возбужденные атомы водорода, в которых электрон находится в состоянии с $n \gg 1$. Оцените размер такого

атома в состоянии $100s$. Чему равна длина волны излучаемого кванта при переходе $100s \rightarrow 99p$?

5.22. Покажите, что термы атома, у которого из заполненной электронной оболочки «выбит» электрон с квантовыми числами n, l аналогичны термам атома с единственным электроном, находящимся в данном состоянии.

5.23. Покажите, что все линии K -серии характеристического рентгеновского излучения дублетные.

5.24. Энергия покоя π -мезонов, осуществляющих обменное взаимодействие между нуклонами в атомных ядрах, близка к 140 МэВ. Используя соотношение неопределенностей Гейзенберга, оцените из этих данных радиус действия ядерных сил.

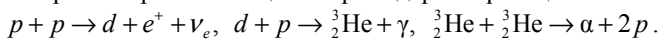
5.25. Почему атомные веса химических элементов даже приблизительно не являются кратными атомному весу водорода, ведь массы протона и нейтрона примерно одинаковы, а массой электронов по сравнению с ними можно пренебречь?

5.26. Может ли из двух изобар обладать меньшей энергией связи тот, который соответствует более тяжелому химическому элементу?

5.27. Наряду с изотопами, изотонами и изобарами существуют также *изомеры* – атомные ядра с одинаковыми Z и A , но отличающиеся периодом полураспада. Например, известны два изомера ${}^{80}_{35}\text{Br}$ с периодом полураспада 18 мин у одного из них и 4,4 ч – у другого. Как объяснить это явление?

5.28. По современным представлениям возраст Земли составляет 4,5 млрд лет. Какое количество изотопа свинца ${}^{206}\text{Pb}$ образовалось за это время из 1,0 кг ${}^{238}\text{U}$?

5.29. Наиболее вероятным источником энергии нашего Солнца является протон-протонный цикл термоядерных реакций синтеза:



Какая энергия выделяется при сгорании 1,0 кг водорода?

6. Статистическая физика и термодинамика

6.1. Вычислите наивероятнейшую, среднюю арифметическую и среднюю квадратичную скорости молекул, входящих в состав воздуха (N_2 , O_2 , Ar , CO_2 , H_2O , H_2) при температуре 300 К.

6.2. Полагая молярную массу воздуха $\mu = 0,029$ кг/моль, сравните наивероятнейшую скорость молекул воздуха со скоростью звука в воздухе $v_{зв} = 331$ м/с при $T = 273$ К.

6.3. Сравните наивероятнейшую скорость электронов вблизи поверхности Солнца со второй космической скоростью для Солнца. Температуру на поверхности Солнца принять равной 5780 К. Сделайте из полученных расчетов выводы относительно условий, в которых возникает солнечный ветер.

6.4. Определите показание барометра при подъеме его на телевизионную башню высотой $h = 150$ м, если на поверхности земли он показывал $p_0 = 756$ мм рт. ст. Изменением температуры воздуха с высотой пренебречь, считать ее постоянной и равной $t = 18^\circ\text{C}$.

6.5. Чему равны максимальные значения статистического веса и энтропии студенческой группы из 20 человек в аудитории, где находится 16 двухместных учебных столов?

6.6. Плотность состояний электронов в металле, т. е. число состояний, приходящихся на единичный интервал энергий,

$$g(E) = \frac{2\pi(2m)^{3/2}}{h^3} E^{1/2}.$$

Используя эту формулу и распределение Ферми – Дирака, выведите выражение для концентрации свободных электронов в металле, энергия которых заключена в интервале от E до $E + dE$.

6.7. Используя формулу для плотности состояний из предыдущего вопроса, попробуйте вывести выражение для энергии Ферми в металлах при температуре, равной абсолютному нулю.

6.8. Людей, купающихся зимой в проруби, называют «моржами». Оцените время, за которое температура воды продвинется до рецепторов кожи, удаленных от ее поверхности на расстояние около $4 \cdot 10^{-4}$ м. Поскольку живые ткани более чем на 90% состоят из воды, их тепловые свойства можно считать близкими к свойствам воды.

6.9. Известно, что при одной и той же температуре различные материалы на ощупь кажутся нагретыми по разному. Найдите температуру контактов рука – воздух, рука – дерево, рука – железо, считая, что температура тела равна 36°C , а температура материала 20°C .

6.10. Существует довольно варварская шутка, когда доверчивого подростка морозным зимним днем просят лизнуть языком какой-нибудь металлический предмет. Найдите температуру воздуха, при которой это можно сделать без опасения, что кожа языка примерзнет к металлу. Необходимые тепловые характеристики металлов возьмите из справочника.

6.11. Докажите, что один моль идеального газа при нормальных условиях занимает объем, равный 22,4 л.

6.12. Наилучший вакуум, достигнутый в настоящее время в лабораторных условиях, соответствует давлению около 10^{-13} Па. Сколько молекул остается в 1 см^3 такого «вакуума» при температуре 300 К ? Сравните полученный результат с космическим вакуумом.

6.13. Покажите, что второе начало термодинамики, по сути дела, связано с необратимостью хода времени.

6.14. Мировой океан представляет собой гигантскую тепловую машину, в которой роль нагревателя играют теплые поверхностные слои воды, а роль холодильника – глубинные холодные воды. Каков приблизительно КПД такой тепловой машины? Оцените ее мощность.

6.15. Для обогрева помещений часто используют так называемые тепловые насосы. Допустим, коэффициент использования энергии такого теплового насоса равен 10, а потребляемая им мощность равна 150 Вт. Сколько тепловой энергии в минуту способен подать он в помещение?

6.16. Для кондиционера, работающего по циклу Карно, коэффициент использования энергии равен 16. До какой температуры охладится воздух в комнате, если температура наружного воздуха равна 37°C ?

6.17. Что выгоднее: сжигать уголь или мазут на ТЭЦ с превращением энергии в тепло, идущее на обогрев зданий, или превращать химическую энергию топлива в механическую энергию с последующим ее использованием в тепловых насосах, подающих тепло в обогреваемые здания?

6.18. Объясните, почему вода, налитая в стеклянный сосуд, при замерзании разрушает его?

6.19. Найдите работу, совершаемую одним молем ван-дер-ваальсова газа при его изотермическом расширении. Известны температура T газа, его начальный V_1 и конечный V_2 объемы, постоянные Ван-дер-Ваальса a и b .

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

1. Механика

1.1. Уравнение движения маятника относительно Земли имеет вид

$$m\vec{a} = m\vec{g} + 2m[\vec{v}\vec{\omega}] + \vec{F},$$

где m – масса маятника, \vec{a} – ускорение маятника относительно Земли, \vec{g} – ускорение свободного падения, \vec{v} – скорость движения маятника относительно Земли, $\vec{\omega}$ – угловая скорость вращения Земли, \vec{F} – внешняя сила. Разложим вектор угловой скорости на вертикальную и горизонтальную составляющие: $\vec{\omega} = \vec{\omega}_v + \vec{\omega}_g$, а горизонтальную составляющую, в свою очередь, на составляющую $\vec{\omega}_{||}$ в плоскости колебаний и составляющую $\vec{\omega}_{\perp}$, перпендикулярную к ней (рис. P1.1).

Тогда уравнение движения можно переписать в виде

$$m\vec{a} = m\vec{g} + 2m[\vec{v}\vec{\omega}_v] + 2m[\vec{v}\vec{\omega}_{\perp}] + 2m[\vec{v}\vec{\omega}_{||}] + \vec{F}.$$

Составляющая силы Кориолиса $2m[\vec{v}\vec{\omega}_{\perp}]$ направлена вдоль нити маятника. Она не влияет на плоскость колебаний, а лишь слегка изменяет силу натяжения и период колебаний маятника. Составляющая $2m[\vec{v}\vec{\omega}_{||}]$, хотя и перпендикулярна к плоскости колебаний маятника, при смене направления его движения меняет знак. Поэтому ее также можно не принимать во внимание. В итоге уравнение движения принимает вид

$$m\vec{a} = m\vec{g} + 2m[\vec{v}\vec{\omega}_v] + \vec{F}.$$

Поскольку в это уравнение горизонтальная составляющая вектора угловой скорости вращения Земли не

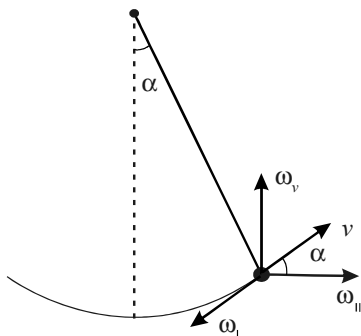


Рис. P1.1

входит, то на широте θ маятник будет колебаться так же, как и на полюсе, но плоскость его колебаний будет вращаться с меньшей угловой скоростью: $\omega_v = \omega \sin\theta$.

Полный оборот плоскость колебаний маятника совершит за время $\tau = T/\sin\theta$, где T – период вращения Земли относительно инерциальной системы отсчета ($T = 24$ ч). Таким образом, на широте Ульяновска ($\theta = 54^\circ 19'$) плоскость колебаний маятника совершит полный оборот за время $\tau = 29,5$ ч.

1.2. Нужно привести качели во вращательное движение. Центробежные силы закатят шарики в лунки.

1.3. Для луча 2, бегущего из точки B в точку A (рис. P1.2), за время $dt = dl/c$ последняя успевает переместиться на угол $d\varphi = \Omega dl/c$ и оказаться в положении A' . При этом $BA' = dl + rd\varphi \cos\beta$, где β – угол между направлением линейной скорости $[\vec{\Omega}\vec{r}]$ и касательной к контуру.

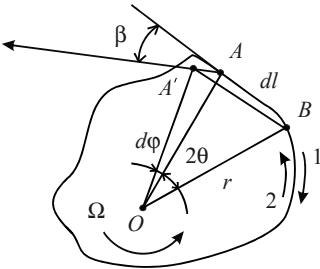


Рис. P1.2

С другой стороны, из рисунка P1.2 следует, что $dl = rd\theta/\cos\beta$.

Тогда имеем

$$BA' = rd\theta/\cos\beta + r^2\Omega d\theta/c.$$

Аналогично для луча 1, бегущего из точки A в точку B ,

$$AB' = rd\theta/\cos\beta - r^2\Omega d\theta/c.$$

Разность хода лучей 1, 2 на участке dl будет $BA' - AB' = 2r^2\Omega d\theta/c$. При обходе всего контура полная разность хода составит

$$\Delta l = \frac{2}{c} \oint r^2 \Omega d\theta = \frac{4\Omega}{c} \oint \frac{1}{2} r dl = \frac{4\Omega}{c} \oint dS = \frac{4\Omega S}{c}.$$

1.4. На вращающийся волчок действует пара сил: вес \vec{P} и сила реакции опоры \vec{R} , которые создают момент сил, параллельный плоскости опоры и приводящий к прецессии волчка вокруг вертикального направления (рис. P1.3). Одновременно с этим возникает сила трения \vec{F}_{mp} , которая всегда действует в направлении прецессии и стремится ускорить ее. Момент силы трения \vec{M}_{mp} , в соответствии с основным законом динамики вращательного движения $d\vec{L}/dt = \vec{M}_{mp}$, приводит к увеличению наклона момента импульса \vec{L} (и оси волчка) к плоскости опоры. При этом центр масс волчка поднимается, и он опрокидывается.

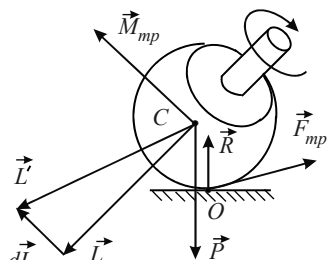


Рис. P1.3

1.5. Момент инерции цилиндра (в общем случае полого) относительно мгновенной оси вращения, проходящей через точку A (рис. P1.4), в соответствии с теоремой Штейнера равен

$$I_A = (1/2)M(R^2 + r^2) + MR^2.$$

Согласно основному закону динамики вращательного движения $I_A \epsilon = MgR \sin \alpha$, где угловое ускорение ϵ связано с линейным ускорением a цилиндра соотношением $\epsilon = a/R$, а $MgR \sin \alpha$ – момент силы тяжести.

Отсюда

$$a = \frac{2}{3 + (r/R)^2} g \sin \alpha.$$

Таким образом, независимо от размеров и массы, полый цилиндр скатится с наклонной плоскости медленнее, чем сплошной.

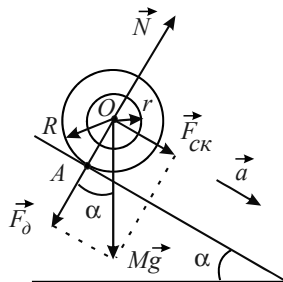


Рис. P1.4

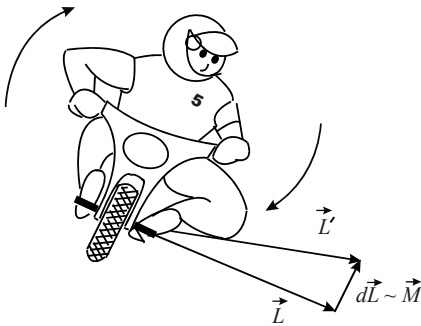


Рис. P1.5

1.6. При повороте вектор момента импульса \vec{L} вращающихся колес, направленный параллельно их осям, должен получить приращение $d\vec{L}$ в сторону, обратную направлению движения (рис. P1.5). По основному закону динамики вращательного движения, $d\vec{L} / dt = \vec{M}$, это приращение должно быть параллельно моменту силы, созданному наклоном корпуса в сторону поворота.

1.7. Современное смещение точки весеннего равноденствия составляет 32 дня примерно за 2280 лет. За время, равное периоду прецессии T_γ , это смещение составит 365 дней. Отсюда

$$T_\gamma = \frac{2280 \cdot 365}{32} \approx 26\,000 \text{ (лет)}.$$

(Более точные измерения дают $T_\gamma = 2,578 \cdot 10^4$ лет).

1.8. Вследствие увеличения орбитального момента импульса Луны она переходит на более удаленную от Земли орбиту. При этом из равенства центробежной силы инерции и силы притяжения Луны Землей следует, что скорость орбитального движения Луны уменьшается. Процесс этот продолжается с момента возникновения системы Земля – Луна (по оценкам ученых около 4,5 млрд лет). В настоящее время Луна удаляется от Земли со скоростью около 38 мм в секунду. Если принять, что расположение материков на Земле, а также размеры Земли и Луны не изменяются со временем, то примерно через 5 млрд лет Луна удалится от Земли на расстояние около 463 тыс. км (сейчас это расстояние составляет 384 тыс. км). Из-за приливного торможения земные сутки возрастут до 870 ч (примерно 5 современных недель) и Луна будет находиться все время в одной точке на небосводе, будучи видна лишь с одной стороны Земли.

Однако в действительности все намного сложнее: и количество материков, и их взаимное расположение, и сами размеры Земли в течение миллиардов лет ее истории изменялись весьма существенным образом и продолжают изменяться. Вследствие этого и скорость удаления Луны от Земли не является постоянной.

1.9. Как следует из теоремы Нётер, закон сохранения импульса обусловлен инвариантностью системы относительно пространственных трансляций, т. е. является следствием однородности пространства. В свою очередь, закон сохранения момента импульса обусловлен инвариантностью системы относительно пространственных вращений, т. е. является следствием изотропности пространства.

В случае уменьшения радиуса кривизны пространства, например, при приближении к массивной звезде, силы тяготения совершают работу, увеличивая кинетическую энергию замкнутой системы и ее полный импульс. В случае удаления от звезды приходится совершать работу по преодолению сил тяготения. При этом кинетическая энергия и полный импульс замкнутой системы уменьшаются.

Если радиус кривизны пространства изменяется при поворотах системы, то при его увеличении полный момент импульса замкнутой системы возрастает, а при уменьшении – убывает.

Разумеется, указанные явления происходят при достаточно больших пространственных перемещениях системы или в случае ее больших размеров.

1.10. В случае неоднородного хода времени закон сохранения полной механической энергии в замкнутой системе записывается в следующем виде:

$$K_2 + U_2 = K_1 + U_1 + \int_1^2 \frac{\partial U}{\partial t} dt,$$

где K и U – соответственно кинетическая и потенциальная энергии системы. При приближении к массивной звезде время замедляется, интеграл в правой части записанной формулы возрастает, и полная энергия замкнутой системы увеличивается (за счет более продолжительной работы сил тяготения). Наоборот, при удалении от звезды время ускоряется, указанный интеграл убывает, и полная энергия системы уменьшается, затрачиваясь на менее продолжительную работу по преодолению сил тяготения. В случае однородного хода вре-

мени (вдали от массивных звезд) потенциальная энергия системы не зависит от времени и действует закон сохранения полной механической энергии в обычной форме: $K_2 + U_2 = K_1 + U_1$.

1.11. При исполнении фуэте или пируэтов артисты (спортсмены) прижимают руки к туловищу, уменьшая момент инерции тела. По закону сохранения момента импульса это приводит к увеличению угловой скорости их вращения.

1.12. Делая сальто, акробат должен приземлиться на ноги, успев кувыркнуться в воздухе. Он группируется в верхней точке траектории полета, чтобы сократить время разворота тела. При этом действует закон сохранения момента импульса. В соответствии с ним, момент инерции тела при его группировке уменьшается, а угловая скорость вращения, соответственно, возрастает. В этом случае имеется в виду момент инерции тела относительно одной и той же оси вращения. Поскольку ось вращения перемещается вместе с акробатом, то данное условие автоматически выполняется.

1.13. Силы трения являются неконсервативными, в частности диссипативными силами. Работа этих сил при быстром вращении диска вызывает сильный разогрев дерева в месте контакта. Дерево обугливается и легко разрезается, а диск успевает охладиться из-за быстрого вращения в окружающем воздухе. Важным обстоятельством в данном опыте является натяжение картона в результате действия на него центробежных сил инерции, что увеличивает его эффективную твердость. Это объясняет, почему нельзя распилить ту же доску путем ее быстрого вращения вокруг картонного диска.

1.14. Как было установлено английским физиком Дж. Чедвиком еще в 1914 г., вылетающие при бета-распадах из атомных ядер электроны имеют самые разные значения энергии. Между тем, с точки зрения квантовой физики, при вылете электрона из ядра, оно должно перейти из одного стационарного состояния в другое, т. е. энергия электрона должна строго равняться разности энергий этих состояний. Так, например, обстоит дело в случае альфа-распадов при вылете из атомных ядер альфа-частиц.

Отсюда можно прийти к выводу, что при бета-распаде из ядра вместе с электроном вылетает еще одна частица, имеющая чрезвычайно малую массу и не имеющая электрического заряда (законы сохранения массы и заряда ведь должны выполняться!), которая и уносит с собой часть энергии и импульса системы. Такая частица впо-

следствии получила название нейтрино (в переводе с итальянского «нейтрончик»).

1.15. Подобно нарушению однородности пространства и времени вблизи массивных звезд теоретически должны наблюдаться похожие явления и в микромире, в непосредственной близости от частиц субатомных масштабов, когда их гравитационный радиус $R_g = GM/c^2$ становится соизмеримым по величине с наблюдаемыми размерами самих частиц. Здесь G – гравитационная постоянная, M – масса частицы, c – скорость света в вакууме.

Согласно известному из школьного курса физики второму постулату Бора, момент импульса частицы должен быть дискретной величиной: $MvR = n\hbar$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), где \hbar – приведенная постоянная Планка ($\hbar = h/(2\pi)$). Отсюда минимально возможный радиус R вращения частицы массой M (наблюдаемый радиус области, в которой она может быть локализована) будет при скорости ее движения, равной скорости света в вакууме ($v = c$). Такой радиус называется комптоновским радиусом частицы $R_C = \hbar/(Mc)$.

Условие $R_g = R_C$ выполняется при $M_p = \sqrt{(\hbar c)/G} \approx 2,18 \cdot 10^{-8}$ кг. Это так называемая *фундаментальная* или *планковская масса*. Подставляя ее в выражения для R_g или R_C , находим *фундаментальную* или *планковскую длину* $L_p = \sqrt{(\hbar G)/c^3} \approx 0,51 \cdot 10^{-35}$ м. *Фундаментальное* или *планковское время* определяется как $T_p = L/c$: $T_p = \sqrt{(\hbar G)/c^5} \approx 1,70 \cdot 10^{-44}$ с.

Таким образом, однородность пространства и времени в микромире нарушается, начиная с планковских масштабов.

1.16. Если изначально труба покоилась, а стержень налетел на нее с постоянной скоростью $V = \sqrt{3}c/2$, то эффект полного нахождения стержня в трубе в какой-то момент времени, с точки зрения наблюдателя, связанного с трубой, действительно, должен иметь место, так как обе системы отсчета являются инерциальными. Но, задав эту ситуацию, и переместившись в систему отсчета, связанную со стержнем, мы должны остановить стержень и разогнать трубу. В этих условиях обе системы отсчета перестают быть инерциальными, и форму-

лу для сокращения масштабов движущихся тел применять некорректно.

1.17. Как и в предыдущем вопросе, применять формулу для релятивистского замедления времени некорректно для систем отсчета, испытывающих ускорение. Ведь ни ракета, которая ускорялась, затем замедлялась, потом снова ускорялась и вновь замедлялась, ни Земля, которая должна была бы испытать те же самые маневры, не являются инерциальными системами отсчета.

1.18. Полная энергия, заключенная в 1 кг каменного угля, согласно формуле Эйнштейна $E = mc^2$, равна $9,0 \cdot 10^{16}$ Дж. При сгорании угля в воздухе выделяется разность суммарной энергии химических связей той части угля, которая распалась на отдельные атомы углерода, и энергии связи этих атомов с атомами кислорода при образовании молекул CO . Естественно, что это лишь ничтожная доля от полной энергии, заключенной в данной массе угля.

1.19. Скорость протонов относительно системы отсчета, связанной с БАК, достигает значения, отличающегося от скорости света в вакууме на $2,5 \cdot 10^{-9}$ ее величины.

1.20. Удельная теплота сгорания нефти составляет около $4,1 \cdot 10^7$ Дж/кг. Выделяемая при сжигании 10 Гт нефти энергия равна $4,1 \cdot 10^{20}$ Дж. Ей соответствует масса, равная 0,45 т.

$$1.21. \quad v = \left(\sqrt{5}/3\right)c.$$

1.22. При движении в среде с показателем преломления n релятивистская масса частицы должна вычисляться по формуле

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{nv}{c}\right)^2}}.$$

Масса покоя фотона при движении в такой среде, по-прежнему, равна нулю, однако при движении со скоростью $v = c/n$ он обладает отличной от нуля релятивистской массой.

1.23. Инвариантность электрического заряда по отношению к переходу из одной инерциальной системы отсчета к другой подтверждается фактом электрической нейтральности атомов и молекул. Если бы величина заряда зависела от скорости его движения, то при изменении энергетического состояния атомов и молекул нарушался

бы закон сохранения заряда в замкнутой системе. Дать более строгое обоснование инвариантности заряда можно будет только после того, как будет выяснена его физическая природа. В свою очередь, природа заряда связана со строением его носителей – электронов, протонов и других заряженных лептонов и адронов.

1.24. Для инерциальной системы S' , движущейся с постоянной относительной скоростью $\beta = V/c$ вдоль положительного направления x условно неподвижной (лабораторной) инерциальной системы S , выполняются следующие преобразования компонент импульса тела:

$$p'_x = \gamma \left(p_x - \frac{\beta E}{c} \right), \quad p'_y = p_y, \quad p'_z = p_z,$$

где $E = m_0 c^2 d\tau/d\tau_0$ – полная энергия тела, а $d\tau = d\tau_0 / \sqrt{1 - \beta^2} = \gamma d\tau_0$.

Дифференцируя записанные преобразования компонент импульса по времени τ , получаем для соответствующих компонент действующей на тело силы следующие выражения:

$$F'_x = F_x, \quad F'_y = F_y / \gamma, \quad F'_z = F_z / \gamma.$$

1.25. При испускании кванта должны выполняться законы сохранения энергии и импульса (см. диаграмму импульсов на рис. P1.6):

$$E_1 - E_2 = \hbar\omega,$$

$$p_2^2 = p_1^2 + \frac{\hbar^2 \omega^2}{c^2} - 2p_1 \frac{\hbar\omega}{c} \cos\theta.$$

Используя связь энергии и импульса:

$$p_1^2 c^2 = E_1^2 - E_0^2,$$

$$p_2^2 c^2 = E_2^2 - E_0^2,$$

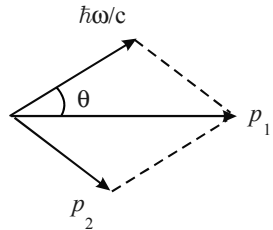


Рис. P1.6

из законов сохранения легко получить, что

$$|\cos\theta| = \frac{E_1}{\sqrt{E_1^2 - E_2^2}} > 1.$$

Возникшее противоречие доказывает утверждение задачи.

1.26. Из уравнения Бернулли следует, что при истечении воды из ванны через сливное отверстие, площадь которого намного меньше площади свободной поверхности жидкости, ее скорость возрастет по мере вхождения в сливную трубу. Малейшие неоднородности в конструкции ванны, отклонения от осевой симметрии и неустойчивости в состоянии самой жидкости приводят к ее поперечным сдвигам. В результате возникает вихревое течение жидкости. Центробежная сила инерции отбрасывает воду от оси вихря к его периферии. Поэтому давление в его центре падает, причем по мере вхождения в трубу сильнее из-за возрастания скорости течения. Перепад давлений и вызывает появление воронки.

1.27. Причины вращения вихревой воронки см. в ответе на предыдущий вопрос. Существует довольно распространенное заблуждение, что из-за действия сил Кориолиса в Северном полушарии Земли вытекающая вода вращается по часовой стрелке, а в Южном – против часовой стрелки. Однако сила Кориолиса слишком слаба, чтобы при таких объемах жидкости доминировать над многочисленными случайными факторами: неустойчивостями в течении самой жидкости, отклонением от осевой симметрии в конструкции ванны, сдвиговыми эффектами при вытаскивании пробки из отверстия и т. п. Поэтому многочисленные эксперименты по наблюдению указанного явления не дают достоверного ответа на вопрос, в какую именно сторону будет закручиваться вода при вытекании из ванны?

Кстати, проведенные автором книги эксперименты с водой, содержащей различную концентрацию поваренной соли, показали, что гораздо больший эффект на направление вращения вытекающей воды оказывает не сила Кориолиса, а сила Лоренца, обусловленная геомагнитным полем. Изменяя величину магнитного поля и его полярность с помощью одетой на сливную трубу катушки с протекающим по ней электрическим током, можно изменять скорость и направление вращения вихревой воронки.

1.28. Отгоняя с помощью горизонтальной трубки воздух от вертикальной трубки, опущенной в жидкость, мы понижаем над ней дав-

ление. Чем быстрее движется продуваемый воздух, тем большее разрежение создается. В итоге жидкость из сосуда поднимается вверх по вертикальной трубке и распыляется горизонтальным потоком воздуха в виде мельчайших брызг.

1.29. Нужно вставить в сосуд трубку, один конец которой опущен в воду на некоторую глубину (рис. P1.7). Тогда скорость вытекания воды из сосуда будет неизменной, определяемой формулой

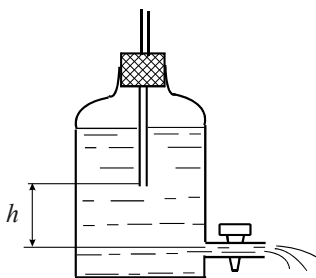


Рис. P1.7

Торричелли $v = \sqrt{2gh}$, до тех пор, пока жидкость не опустится ниже конца трубки.

1.30. Проще всего объяснить это явление, перейдя в систему отсчета, связанную с кораблями. В ней корабли неподвижны, а вода протекает между ними, понижая в этом месте давление жидкости. Это приводит к перепаду давлений в направлении, перпендикулярном движению, и появлению сил, сталкивающих корабли.

1.31. Быстро проносящиеся поезда увлекают за собой воздух, понижая его давление вдоль железнодорожного полотна. Возникший перепад давлений приводит к задуванию снега на рельсы. Поэтому в местах, где отсутствуют защитные лесополосы, устанавливают деревянные щиты. Они решетчатые для уменьшения веса и расхода пиломатериалов. Кроме того, снег рассеивается на решетках, теряет свою скорость и падает вниз.

1.32. Быстро падающая капля увлекает за собой воздух, понижая его давление над каплей. При падении в лужу частицы жидкости, окружающие каплю, устремляются вверх, образуя брызги. Высота подъема брызг зависит от степени разрежения воздуха над каплей.

Капля, падающая из дождевого облака, начинает свое движение с нарастающей скоростью. При этом увеличивается также сила трения ее о воздух, определяемая по формуле Стокса: $F_{mp} = 6\pi\eta rv$, где η – коэффициент динамической вязкости воздуха, r – радиус капли, v – скорость ее падения. Если сила трения уравновесит вес капли (архимедовой силой выталкивания мы здесь пренебрегаем ввиду ее малости по сравнению с силой трения), то дальнейшее падение капли

будет равномерным. Из условия равновесия сил легко найти установившуюся скорость такого падения:

$$v_0 = \frac{2}{9} \frac{\rho g r^2}{\eta},$$

где ρ – плотность воды. Отсюда видно, что скорость падения капли и, соответственно, создаваемая им степень разрежения воздуха зависят не от высоты падения, а от размеров капли. Поэтому более крупные падающие капли должны вызывать более высокие брызги в луже.

Однако, как показал Ф. Леннард, скорость падения капель дождя возрастает лишь при увеличении их диаметра до 4,5 мм. Более крупные капли падают со скоростью, не превосходящей 8 мм/с. Причиной тому является увеличение силы трения, связанное с изменением формы крупных капель при их движении. Последняя, в свою очередь, зависит от длины пути, пройденного каплей. Так что высота, с которой падают капли, также имеет значение. Однако доминирующим фактором, от которого зависит высота поднятия брызг, является, все-таки, размер капли.

2. Электричество и магнетизм

2.1. Примерами вихревых силовых полей, описываемых аксиальными векторами, являются магнитное поле (векторы индукции \vec{B} и напряженности \vec{H}), вихревое электрическое поле, порождаемое изменяющимся во времени электрическим полем (векторы напряженности \vec{E} и индукции \vec{D}), поле скоростей при вихревом течении жидкости (вектор угловой скорости $\vec{\omega}$) и др.

2.2. Примерами безвихревых (потенциальных) силовых полей, описываемых полярными векторами, являются электростатическое поле (векторы напряженности \vec{E} и индукции \vec{D}), гравитационное поле (вектор гравитационного ускорения \vec{g}), поле скоростей при ламинарном течении жидкости (вектор гидродинамической скорости \vec{v}), поле упругих деформаций (вектор упругого смещения \vec{u}) и др.

2.3. Примеры величин, которые можно выразить через градиент другой величины: напряженность и потенциал электростатического поля ($\vec{E} = -\text{grad}\phi$), напряженность гравитационного поля (гравитационное ускорение) и его потенциал ($\vec{g} = -\text{grad}\phi$).

2.4. Поскольку Земля является хорошим проводником электрического тока, то весь заряд, приобретаемый за счет грозовой деятельности, распределяется по ее поверхности. Тогда, в соответствии с теоремой Гаусса – Остроградского, поток напряженности электрического поля через замкнутую поверхность, непосредственно примыкающую к поверхности Земли снизу, равен нулю. Следовательно, и сама напряженность электрического поля непосредственно под поверхностью Земли равна нулю.

2.5. Зная напряженность электрического поля Земли у ее поверхности (см. условие предыдущего вопроса), легко оценить содержащийся на ней отрицательный заряд: $Q = -5,9 \cdot 10^5$ Кл. Тогда сила создаваемого при суточном вращении Земли ($T = 24$ ч) тока $I = Q/T = 6,8$ А. Если в качестве грубого приближения допустить, что весь заряд вращается по круговому кольцу, диаметр которого равен среднему диаметру вращения $D = 6,4 \cdot 10^6$ м, то индукция магнитного поля в центре кольца получается равной $B_0 = \mu_0 I / D = 1,3 \cdot 10^{-12}$ Тл. Ясно, что наблюдаемая величина геомагнитного поля не может быть обусловлена таким током.

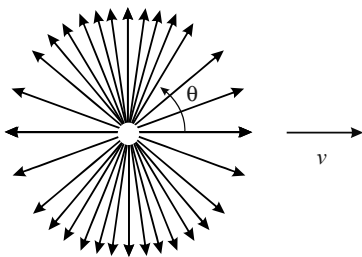


Рис. P2.1

2.6. Ввиду релятивистского сокращения масштабов компоненты вектора напряженности электрического поля, направленные в сторону движения заряда будут уменьшаться. Это уменьшение будет тем сильнее, чем больше скорость v движения заряда и меньше угол θ между направлением движения и радиусом-вектором, проведенным из мгновенного положения заряда в точку наблюдения

(рис. P2.1). Соответственно, произойдет ослабление электрического поля в направлении движения заряда, что может быть интерпретировано как уменьшение густоты силовых линий поля. Строгий анализ данного явления на основе СТО приводит к следующей формуле для напряженности электрического поля движущегося заряда:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1 - \beta^2}{(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}},$$

где $\beta = v/c$ – скорость движения заряда по отношению к скорости света в вакууме.

2.7. $B = \mu_0 \frac{v\lambda}{2\pi r} \sqrt{1 - v^2/c^2}$, где r – расстояние от провода до наблюдателя. Так как наблюдатель едва ли движется со скоростью, близкой к скорости света в вакууме, то можно ограничиться более простым выражением: $B = \mu_0 v\lambda / (2\pi r)$.

2.8. Для неподвижного наблюдателя расстояние между ионами кристаллической решетки движущегося мимо него проводника испытывает релятивистское сокращение масштабов, а среднее расстояние между свободными электронами, наоборот, увеличивается, достигая длины покоя. В результате плотности положительного и отрицательного зарядов оказываются разными, и проводник для наблюдателя представляется заряженным. Для заряда dQ , сосредоточенного на

элементе проводника длиной dl (рис. P2.2), напряженность электрического поля в точке наблюдения

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Idl}{vr^2}.$$

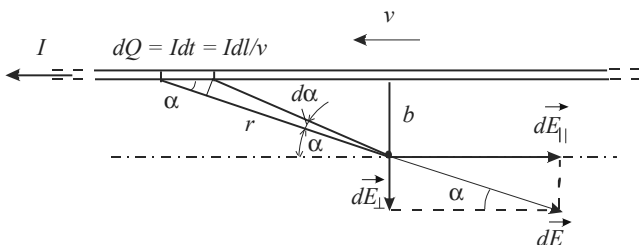


Рис. P2.2

Подставляя в записанное выражение

$$r = \frac{b}{\sin \alpha}, \quad dl = \frac{b d\alpha}{\sin^2 \alpha},$$

преобразуем его к виду

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{I}{vb} d\alpha.$$

При интегрировании вкладов в напряженность электрического поля от всех элементов тока следует учитывать лишь их поперечные к проводнику составляющие, так как продольные составляющие по разные стороны от точки наблюдения направлены в разные стороны и компенсируют друг друга. Тогда

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{I}{vb} \int_0^{\pi} \sin \alpha d\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2I}{vb}.$$

2.9. 0,29 В.

2.10. $8,0 \cdot 10^5$ А.

2.11. Закон Ампера для силы взаимодействия двух элементов тока $I_1 d\vec{l}_1$ и $I_2 d\vec{l}_2$, находящихся на расстоянии r_{12} друг от друга, имеет вид

$$d\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 I_2}{r_{12}^2} \left[d\vec{l}_2 \left[d\vec{l}_1 \vec{r}_{12} \right] \right], \quad d\vec{F}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I_1 I_2}{r_{12}^2} \left[d\vec{l}_1 \left[d\vec{l}_2 \vec{r}_{12} \right] \right].$$

Закон Ампера для силы взаимодействия на единицу длины двух параллельных проводников с током записывается в виде

$$\frac{F}{l} = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi a},$$

где a – расстояние между проводниками.

2.12. Элементы тока не являются материальными объектами, существующими в самостоятельном виде. Для них третий закон Ньютона выполняться не обязан. Зато он в точности выполняется для двух параллельных проводников с током (см. предыдущий вопрос): если токи текут в одном направлении, то проводники притягиваются, а если в противоположных направлениях, то отталкиваются с одинаковыми по величине силами.

2.13. $2 \cdot 10^{-7}$ А/м.

2.14. Заряды одного знака, «налипшие» на мыльный пузырь, отталкиваясь друг от друга, стремятся увеличить его объем. Этому препятствуют силы поверхностного натяжения. Если сообщенный мыльной пленке заряд настолько велик, что работа электростатических сил превышает работу сил поверхностного натяжения, то радиус пузыря будет увеличиваться. При этом давление воздуха в мыльном пузыре будет уменьшаться, и атмосферное давление начнет его сдвливать. Так что со временем установится некоторое новое значение радиуса пузыря.

2.15. Около 11,3 тыс. км. Обкладки конденсаторов сверхбольшей емкости (их называют суперконденсаторами) делают из чрезвычайно пористых электропроводящих материалов, чтобы увеличить площадь их поверхности при относительно малых линейных размерах. Для уменьшения расстояния между обкладками конденсатор заполняется электролитом так, что фактически это расстояние равно

толщине двойного электрического слоя на границе электрода и электролита. Такие конденсаторы называются ионисторами, а их емкость может достигать десятков фарад.

2.16. 15 г.

2.17. Около 0,5 км.

2.18. $w = (1/2)\mu_0\mu H^2$.

2.19. $p = w = (1/2)\mu_0\mu H^2$.

2.20. 0,07 мм/с. Указание: принять концентрацию электронов в проводнике примерно равной концентрации атомов: $n \approx n_a = \delta N_A / \mu$, где δ и μ – соответственно плотность и молярная масса материала проводника, N_A – постоянная Авогадро.

2.21. $3,2 \cdot 10^{-18}$ м.

2.22. $2,5 \cdot 10^{13}$ с⁻¹.

2.23. $\Delta R/R = (1 + 2\nu)\Delta l/l = 0,17\%$, где $\nu = 0,33$ – коэффициент Пуассона для медной проволоки.

2.24. Может, если внутреннее сопротивление источника $r = \sqrt{R_1 R_2}$.

2.25. $t = \frac{CU_1}{I} \ln \frac{U_1}{U_2} = 2,7$ с.

2.26. Полный импульс системы «кристаллическая решетка – электронный газ» не изменится, следовательно, $\delta S l v = n S l m \langle v \rangle$, где δ – плотность меди. Концентрация электронов может быть выражена следующим образом:

$$n = \frac{j}{e \langle v \rangle} = \frac{I}{e \langle v \rangle S} = \frac{U}{e \langle v \rangle \rho l}.$$

Тогда

$$v = \frac{mU}{e\rho\delta l} = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ м/с.}$$

2.27. Включить источник тока между любой парой выводов и проверить наличие разности потенциалов между ними и третьим выводом. Ее отсутствие означает, что в ящике реализована схема (а).

a:

$$R_1 = \frac{1}{2}(R_{12} + R_{13} - R_{23}), \quad R_2 = \frac{1}{2}(R_{12} + R_{23} - R_{13}), \quad R_3 = \frac{1}{2}(R_{13} + R_{23} - R_{12});$$

б:

$$R_1 = \frac{1}{2} \frac{A}{R_{12} - R_{13} - R_{23}}, \quad R_2 = \frac{1}{2} \frac{A}{R_{23} - R_{12} - R_{13}}, \quad R_3 = \frac{1}{2} \frac{A}{R_{13} - R_{12} - R_{23}},$$

$$A = R_{12}^2 + R_{13}^2 + R_{23}^2 - 2R_{12}R_{13} - 2R_{13}R_{23} - 2R_{12}R_{23}.$$

3. Колебания и волны

3.1. Как следует из векторной диаграммы (рис. P3.1), результирующее напряжение $U = 0$. Это позволяет передавать трехфазный переменный ток всего по трем проводам вместо шести или четырех (когда один провод общий).

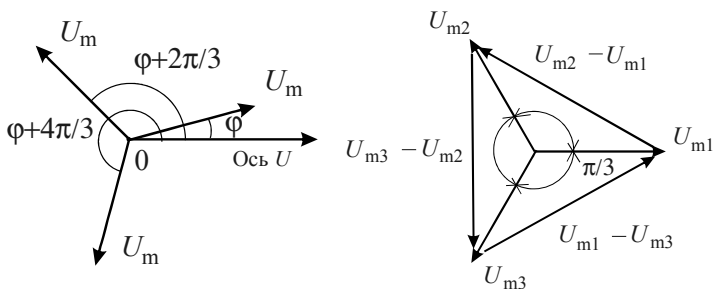


Рис. P3.1

3.2. Из рисунка P3.2 видно, что напряжение между каждой парой фазовых проводов равно $\sqrt{3}U$, где U – линейное напряжение в каждой фазе ($U = 127$ В). Таким образом, $U_{12} = U_{23} = U_{31} = \sqrt{3} \cdot 127 = 220$ В (стандартное напряжение в однофазной сети переменного тока).

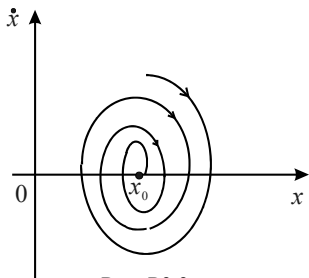


Рис. P3.3

3.3. См. рисунок P3.3.

3.4. См. рисунок P3.4.

3.5. Нужно добиться резонансной раскачки качелей. Для этого следует приподнимать центр тяжести тела при прохождении качелями положения равновесия и приседать при максимальных отклонениях от равновесия.

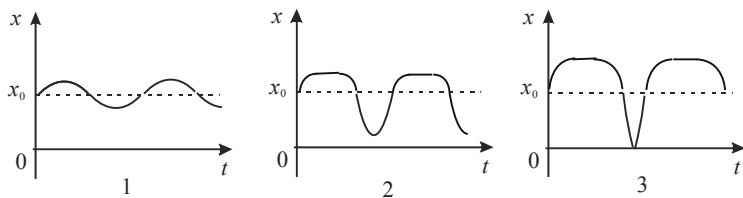


Рис. Р3.4

3.6. Период колебаний физического маятника определяется выражением

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + md^2}{mgd}},$$

где I_0 – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр его масс, m – масса маятника, d – расстояние от его точки подвеса до центра масс. Из записанной формулы видно, что период колебаний физического маятника устремляется в бесконечность в двух случаях: при приближении точки подвеса к центру масс и при бесконечном удалении от него. Оба случая расположены симметрично относительно центра масс (рис. Р3.5). Таким образом, на любом физическом маятнике можно найти множество пар симметричных относительно центра масс точек, при подвешивании за которые период его колебаний изменяться не будет. При совпадении d с приведенной длиной маятника $l_{\text{пр}} = (I_0 + md^2)/(md)$ имеет место вырожденный случай, когда пары указанных выше точек сливаются в одну.

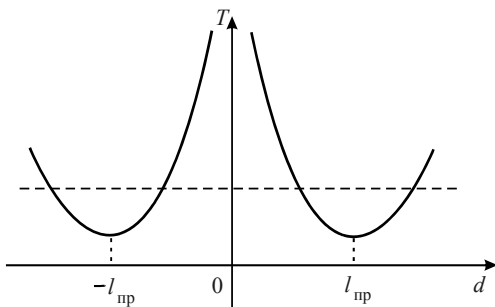


Рис. Р3.5

$$3.7. \text{ а) } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \text{ б) } T = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}}, \text{ в) } T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}.$$

3.8. а) уравнение движения шарика будет иметь вид $m\ddot{y} = -2ky$, так как силы упругости обеих пружин будут возвращающими шарик к положению равновесия (см. рис. P3.6а). Это уравнение можно привести к виду $\ddot{y} + \omega_0^2 y = 0$, где $\omega_0 = \sqrt{2k/m}$ – циклическая частота собственных колебаний шарика. Отсюда период колебаний $T = 2\pi\sqrt{m/(2k)}$;

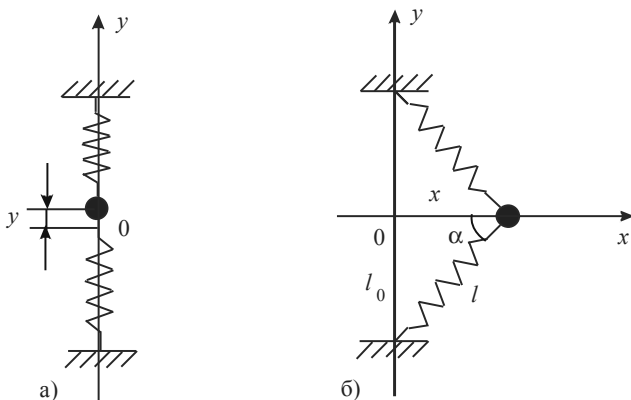


Рис. P3.6

б) уравнение движения шарика можно записать в виде $m\ddot{x} = F_e \cos \alpha$, где сила упругости $F_e = -2k(l_0/\sin \alpha - l_0)$ (см. рис. P3.6б). Тогда уравнение движения принимает вид $m\ddot{x} + 2kl_0(\operatorname{ctg} \alpha - \cos \alpha) = 0$. Далее учтем, что $\operatorname{ctg} \alpha = x/l_0$, $\cos \alpha = x/l$, и перепишем это уравнение в виде $m\ddot{x} + 2kx(1 - l_0/l) = 0$. Для случая малых отклонений от положения равновесия $l \approx l_0$, и уравнение сводится к уравнению гармонических колебаний $m\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$, где циклическая частота $\omega_0 = \sqrt{2k/m}$, а период колебаний $T = 2\pi\sqrt{m/(2k)}$, т. е. такой же, как и в случае вертикального отклонения шарика.

3.9. $\Delta\varphi = 2\pi/3$.

3.10. $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$. Точка движется по часовой стрелке.

3.11. $x^2 + y^2 = 25^2$ (x и y измеряются в миллиметрах).

3.12. Скорее всего, мы услышим не аккорд из двух нот частотами 435 Гц и 440 Гц, а один тон на частоте $(435 + 440)/2 = 437,5$ Гц с медленно меняющейся амплитудой, модулированной на частоте $(450 - 435)/2 = 2,5$ Гц. Поскольку ухо не различает знак амплитуды модуляции, то мы услышим периодическое нарастание и ослабление громкости звука на частоте биений $2 \cdot 2,5 = 5$ Гц.

3.13. 10 Гц.

3.14. На рисунке Р3.7 представлена фигура Лиссажу для следующего случая сложения колебаний:

$$x = A_1 \cos 2\omega t,$$

$$y = A_2 \cos \left(3\omega t + \frac{\pi}{2} \right).$$

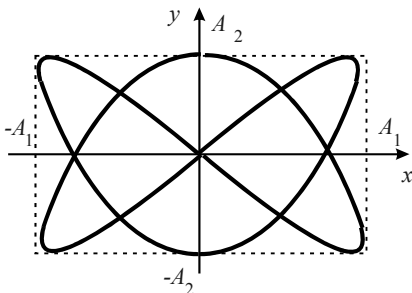


Рис. Р3.7

3.15. В случае слабо затухающих колебаний доб-

ротность колебательной системы $Q = \pi/(\beta T)$, где в случае механической колебательной системы коэффициент затухания $\beta = r/(2m)$, а период колебаний $T = 2\pi\sqrt{m/k}$. Отсюда следует, что $Q = \sqrt{mk}/r$.

3.16. По аналогии с предыдущим вопросом для радиотехнического колебательного контура $\beta = R/(2L)$, $T = 2\pi\sqrt{LC}$ и

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

3.17. Комплексная амплитуда колебаний имеет вид

$$A_\varphi = f_0 \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) - i2\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2},$$

где f_0 – амплитуда вынуждающего ускорения. Модуль ее мнимой части

$$A_a = f_0 \frac{2\beta\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}$$

определяет среднюю за период колебаний поглощаемую мощность в установившемся режиме согласно выражению

$$P = m f_0 \omega \langle A_a \sin^2 \omega t \rangle = \frac{1}{2} m f_0 \omega A_a.$$

Следовательно,

$$P = P_0 \frac{4\beta^2\omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}.$$

Полагая $P = P_0/2$, из последнего уравнения получаем, что на уровне половинной мощности $\omega^2 = \omega_0^2 \pm 2\beta\omega$.

3.18. Из полученного в упражнении 3.17 выражения $\omega^2 = \omega_0^2 \pm 2\beta\omega$ следует, что в точках половинной мощности $\omega_{1,2} = \sqrt{\omega_0^2 + \beta^2} \pm \beta$. Следовательно, ширина резонансной кривой $(\Delta\omega)_{\text{res}} = 2\beta$. Поскольку время релаксации колебательной системы $\tau = 1/\beta$, то $(1/2)(\Delta\omega)_{\text{res}}\tau = 1$.

3.19. Как следует из ответов к упражнениям 3.15 и 3.18,

$$Q = \frac{\pi}{\beta T} \approx \frac{\pi}{\beta T_0} = \frac{2\pi \omega_0}{\Delta\omega 2\pi} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}.$$

3.20. $v_T = 280$ м/с; $v_Q = 331$ м/с.

3.21. Формула Ньютона дает правильный результат для скорости звука в воздухе лишь для очень коротких волн, когда длина свободного пробега молекул газа становится больше половины длины вол-

ны. При этом тепловой поток успевает выровнять температуру в областях сжатия и разрежения. Отсюда следует, что соответствующая минимальная частота упругих волн в воздухе $v_{\min} = (1/2)v/\langle\lambda\rangle$, где v – изотермическая скорость звука, а $\langle\lambda\rangle$ – длина свободного пробега молекул воздуха. Последняя составляет приблизительно $9,4 \cdot 10^{-8}$ м. Тогда, используя полученное в предыдущем упражнении значение для скорости звука, получаем $v_{\min} \approx 1,5$ ГГц. Проблема осложняется тем, что такие короткие упругие волны в воздухе очень быстро затухают.

3.22. $Z = 427 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}).$

3.23. Интенсивность упругих волн определяется формулой $I = (1/2)\rho\omega^2 A^2 v$, где $\rho v = Z$ – акустический импеданс среды, а произведение остальных величин можно представить в виде $(1/2)\omega^2 A^2 = \langle\dot{\psi}^2\rangle$, где $\psi = A\cos(\omega t - kx)$ – смещение частиц в упругой волне, а $\dot{\psi}$ – колебательная скорость частиц.

3.24. Звуковым давлением называется величина, равная отношению силы, с которой частицы среды давят на поверхность, к площади этой поверхности:

$$p_0 = \frac{F_0}{S} = \frac{d(m\dot{\psi}_0)}{Sdt} = \frac{\rho S v dt \dot{\psi}_0}{Sdt} = \rho v \dot{\psi}_0,$$

где ρ – плотность среды, v – скорость распространения упругих волн, $\dot{\psi}_0$ – амплитуда колебательной скорости частиц в упругой волне. В свою очередь, $\dot{\psi}_0 = \omega A$, где $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота колебаний, а A – амплитуда смещения частиц в волне. Отсюда $A = p_0/(2\pi\nu\rho v) = 7,5$ пм. Интенсивность такого звука $I = p_0^2/(2\rho v) = 4,7 \cdot 10^{-13} \text{ Вт}/\text{м}^2$.

3.25. $A = 24 \text{ нм}. I = 4,5 \text{ Вт}/\text{м}^2$ или 130 дБ.

3.26. Указанные значения ϵ и μ для воздуха соответствуют изменениям на оптических частотах, а для воды – на радиочастотах. Следует принимать во внимание дисперсионные свойства среды.

3.27. $Z_0 \approx 377 \text{ Ом}.$

3.28. Пусть уравнения падающей (справа налево), отраженной и проходящей плоских электромагнитных волн (для электрической компоненты электромагнитного поля) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} E_i &= E_m \cos \omega(t + x/v_1), \\ E_r &= R_E E_m \cos \omega(t - x/v_1), \\ E_t &= T_E E_m \cos \omega(t + x/v_2). \end{aligned}$$

На границе раздела сред ($x = 0$) сумма напряженностей электрического поля в падающей и отраженной волнах должна равняться напряженности электрического поля в проходящей волне, а интенсивность проходящей волны должна равняться разности интенсивностей падающей и отраженных волн:

$$\begin{aligned} E_i + E_r &= E_t, \\ I_i - I_r &= I_t. \end{aligned}$$

Подставляя сюда уравнения соответствующих волн и используя выражение для интенсивности электромагнитной волны в виде

$$I = \frac{1}{2} \frac{1}{Z} E_m^2,$$

можно переписать граничные условия следующим образом:

$$\begin{aligned} 1 + R_E &= T_E, \\ \frac{1}{Z_1} (1 - R_E^2) &= \frac{1}{Z_2} T_E^2. \end{aligned}$$

Решая полученную систему уравнений, получаем

$$R_E = (Z_2 - Z_1)/(Z_1 + Z_2).$$

3.29. Ввиду того, что электромагнитных волн оптического диапазона $\mu \approx 1$, волновые сопротивления для воздуха и стекла равны $Z_1 = \mu_0 c / n_1 = 3,77 \cdot 10^7$ Ом и $Z_2 = \mu_0 c / n_2 = 2,51 \cdot 10^7$ Ом. Тогда $R_E = -0,2$ (отражение от более плотной среды), а потери на отражение по интенсивности пропорциональны квадрату этой величины, т. е. составляют 4%.

4. Волновая оптика

4.1. $\alpha \approx 37^\circ$.

4.2. $I = (1/8)I_0 \sin^2 2\alpha$.

4.3. При падении под углом Брюстера в прошедшем через стеклянную пластину луче составляющая, поляризованная в направлении преимущественных колебаний, будет иметь интенсивность $I_{\max} = I_{\parallel} = 0,5I_0$, где I_0 – интенсивность падающего естественного света. Составляющая, поляризованная перпендикулярно данному направлению, $I_{\min} = I_{\perp} = 0,5I_0(1 - \rho_{\perp})$. Здесь знаки \parallel и \perp соответствуют параллельности и перпендикулярности к плоскости падения, а коэффициент отражения ρ_{\perp} определяется формулой Френеля:

$$\rho_{\perp} = \frac{\sin^2(i - r)}{\sin^2(i + r)},$$

причем $i = i_B$, $r = 90^\circ - i_B$. Для стекла угол Брюстера $i_B = 56,3^\circ$. Степень поляризации прошедшего света

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}.$$

Проведя соответствующие расчеты, получаем $P = 0,08$.

4.4. При повороте оптической оси полуволновой пластинки относительно плоскости поляризации падающего света на угол $\omega_0 t$ (рис. P4.1) компоненты вектора напряженности электрического поля падающей световой волны на входе в пластинку могут быть представлены в виде $E_{y0} = E_m \cos \omega_0 t \cos \omega t$, $E_{z0} = E_m \sin \omega_0 t \cos \omega t$, а на выходе из нее $E_y = E_m \cos \omega_0 t \cos \omega t$, $E_z = E_m \sin \omega_0 t \cos(\omega t \pm \pi)$. Таким образом, при повороте пластинки на угол $\omega_0 t$ плоскость поляризации проходящего через нее света поворачивается на угол $2\omega_0 t$.

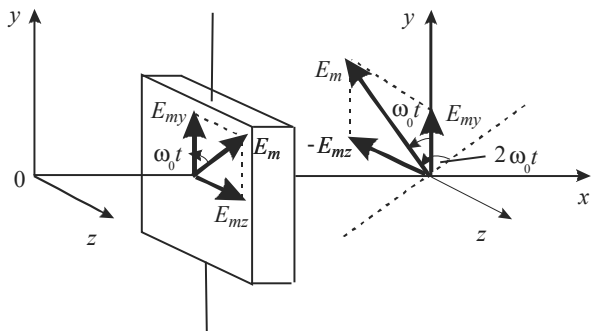


Рис. P4.1

4.5. См. рисунок P4.2.

4.6. Вследствие дихроизма кордерит обладает свойствами поляроида. Поэтому им можно пользоваться для отыскания Солнца по поляризации рассеянного атмосферой света. Если встать лицом к Солнцу, находящемуся ниже линии горизонта, то рассеянный свет является плоскополяризованным. Вращая перед собой поляроид, можно заметить, что он становится прозрачным при совпадении плоскости поляризации проходящего света с его главным направлением и темнеет при повороте на 90° . Викинги, естественно, ничего этого не знали, но опытным путем установили, что потемнение и просветление кристалла происходит только в том случае, если стоять лицом в сторону Солнца.

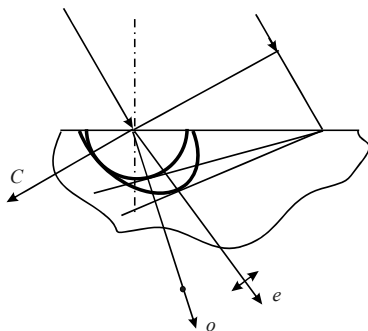


Рис.P4.2

4.7. При обратном проходе луча плоскость поляризации повернется снова на 45° , но в противоположную сторону и вернется в первоначальное состояние.

4.8. $l_{\text{кор}} = ct_{\text{кор}} = c / \Delta\nu$; $\Delta\nu = c\Delta\lambda / \lambda_0^2$; $l_{\text{кор}} = \lambda_0^2 / \Delta\lambda$. Отсюда $\Delta\lambda = \lambda_0^2 / l_{\text{кор}} = 2,6 \cdot 10^{-12}$ м.

4.9. $\rho_{\text{кор}} \approx \lambda_0 L / (D_2 - D_1) = 0,5$ мм.

4.10. $x_{\text{max}} = D\lambda_0 m / l = 0,63m$ мм, где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$; $\delta x_{\text{max}} = D\lambda_0 / l = 0,63$ мм.

4.11. $x_{\text{max}} = D\lambda_0 m / (nl) = 0,46m$ мм, где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$; $\delta x_{\text{max}} = D\lambda_0 / (nl) = 0,46$ мм.

4.12. Интерференционная картина сместится на некоторое число полос. По величине смещения можно определить толщину пластинки h : $h = \lambda_0 N / (n - 1)$, где λ_0 – длина падающей световой волны, N – число полос, на которое смещается интерференционная картина, n – показатель преломления пластинки.

4.13. $b_{\text{min}} = \lambda_0 / (4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}) = 0,124$ мкм; $\lambda_0 = 4nb_{\text{min}} = 0,660$ мкм. Пластинка будет казаться красной.

4.14. $h_{\text{min}} = \lambda_0 / (4n') = 115$ нм.

4.15. На рисунке Р4.3 показаны векторные диаграммы для рассматриваемых случаев. При этом для случаев а: $E \approx 2E_0$, $I \approx 4I_0$; б: $E \approx \sqrt{2}E_0$, $I \approx 2I_0$; в: $E \approx E_0$, $I \approx I_0$.

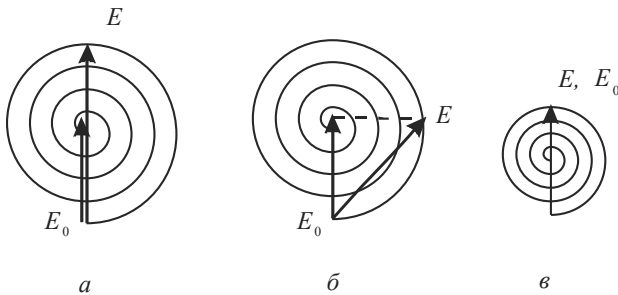


Рис. Р4.3

4.16. $x \approx \frac{r^2}{4(2k-1)\lambda}$, $k = 1, 2, 3, \dots$

4.17. Интенсивность дифрагированного на одной щели света определяется выражением

$$I = I_0 \left(\frac{\sin(u)}{u} \right)^2, \quad u = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \varphi,$$

где a – ширина щели, φ – угол дифракции, λ – длина волны падающего света. Условие максимумов данного выражения имеет вид $\operatorname{tg} u = u$.

Решая численно это трансцендентное уравнение, для первых двух максимумов можно получить следующие выражения: $\sin \varphi_1 = \pm 1,43\lambda/a$, $\sin \varphi_2 = \pm 2,46\lambda/a$. Подставляя эти условия в исходное выражение, находим $I_1 \approx 0,17I_0$, $I_2 \approx 0,07I_0$.

4.18. См. рисунок Р4.4.

4.19. а) увеличится в 4 раза; б) изменится согласно закону

$$\frac{I}{I_0} \sim \frac{\sin^2(\pi na/d)}{(\pi na/d)^2},$$

где a – ширина щели, d – период решетки.

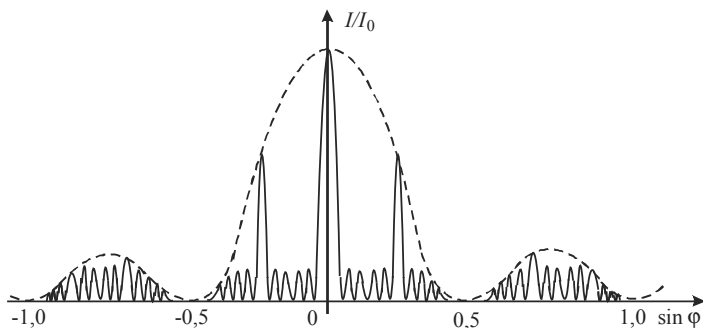


Рис. Р4.4

4.20. Под воздействием световой волны в проволоке индуцируются токи, создающие такое же распределение электрического поля на экране, как и протяженный источник в виде щели шириной, равной диаметру проволоки. Используя теорию дифракции света на щели, получаем $d = 63$ мкм.

4.21. Фазовая скорость $v = c/n = c/\sqrt{1 - (\omega_p/\omega)^2}$. Так как $v = \omega/k$, то $\omega = \sqrt{c^2 k^2 + \omega_p^2}$, $v_{гp} = d\omega/dk = c\sqrt{1 - (\omega_p/\omega)^2}$; $vv_{гp} = c^2$.

5. Квантовая физика

5.1. В случае однонаправленного излучения плотность потока энергии (модуль вектора Пойнтинга) $|\vec{S}| = dW/S_{\perp}dt = wc$, где S_{\perp} – площадь площадки, ориентированной перпендикулярно к направлению распространения волны, w – объемная плотность энергии электромагнитного поля, c – скорость распространения электромагнитных волн в вакууме. Поток энергии через плоскость круга радиуса R будет $dW/dt = \pi R^2 wc$. В случае изотропного излучения этот поток приходится на площадь сферы $S = 4S_{\perp}$. Следовательно, $dW/Sdt = wc/4 = R_e^*$, где R_e^* – энергетическая светимость абсолютно черного тела. Тогда объемная спектральная плотность энергии теплового излучения $w_{\omega} = dw/d\omega = (4/c)dR_e^*/d\omega = (4/c)f(\omega, T)$, где $f(\omega, T)$ – спектральная плотность энергетической светимости абсолютно черного тела, определяемая формулой Планка. Окончательно получаем

$$w_{\omega} = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\hbar\omega/(kT)} - 1}.$$

5.2. $T = C'/\lambda_m = 5800$ К, $R_{e\odot} = \sigma T^4 = 6,5 \cdot 10^7$ Вт/м², $P_{\odot} = 4\pi R_{\odot}^2 R_{e\odot} = 3,9 \cdot 10^{26}$ Вт, где R_{\odot} – радиус Солнца.

5.3.

$$P = P_{\odot} \left(\frac{R_{\oplus}}{2a_{\odot}} \right)^2 = 1,7 \cdot 10^{17} \text{ Вт},$$

где R_{\oplus} и a_{\odot} – соответственно средние значения радиуса Земли и ее расстояния от Солнца.

5.4. Для серого тела спектральная плотность энергетической светимости имеет вид $r_{\lambda} = a\phi(\lambda, T)$, где $\partial a/\partial \lambda = 0$. Поэтому условие максимума функции Кирхгофа $\phi(\lambda, T)$, из которого следует закон смещения Вина $\lambda_m = C'/T$, остается таким же, что и для абсолютно черного тела.

5.5.

$$\varphi = \frac{1}{e} \left(\frac{2\pi c \hbar}{\lambda} - A \right) = 1,48 \text{ В.}$$

5.6. Из законов сохранения энергии и импульса в случае поглощения электроном фотона следует:

$$\hbar\omega + m_0c^2 + m_0c^2/\sqrt{1-\beta^2}; \quad \hbar\omega/c = m_0v/\sqrt{1-\beta^2}, \quad \text{где } \beta = v/c.$$

Тогда

$$m_0vc/\sqrt{1-\beta^2} + m_0c^2 = m_0c^2/\sqrt{1-\beta^2},$$

откуда $(1-v/c)/\sqrt{1-\beta^2} = 1$ и $\beta = 0$ либо 1, что не имеет физического смысла. Следовательно, фотон не может быть поглощен свободным электроном.

5.7. Фокусировка электронов в электронном микроскопе осуществляется при помощи магнитных линз. Нейтроны не имеет электрического заряда. Непонятно, как их использовать в микроскопии.

5.8.

$$v_{\text{гp}} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{dE}{dp} = \frac{d}{dp} \left(\sqrt{p^2c^2 + E_0^2} \right) = \frac{pc^2}{\sqrt{p^2c^2 + E_0^2}} = \frac{mvc^2}{mc^2} = v.$$

5.9. $\lambda_B = (2/3)a$.

5.10. $E_n = c\sqrt{p_n^2 + m_0^2c^2}$, где $p_n = \hbar k_n^2 = (\pi\hbar/a)n$. Следовательно,

$$E_n = c\sqrt{\frac{\pi^2\hbar^2}{a^2}n^2 + m_0^2c^2}.$$

5.11.

$$E_0 = \frac{\hbar}{2}\sqrt{\frac{g}{l}}, \quad A = \left(\frac{\hbar^2}{m^2gl^3} \right)^{1/4}.$$

5.12. а) без учета спина

$$N = \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2 = 16,$$

б) с учетом спина $N = 32$.

5.13. а) без учета спина 5; б) с учетом спина 10.

5.14. На 5 подуровней с магнитным квантовым числом $m = 0, \pm 1, \pm 2$.

5.15. $\varphi_1 = (3/4)R^*\hbar/e = 10,2$ В, $\varphi_i = R^*\hbar/e = 13,6$ В, где $R^* = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ – постоянная Ридберга.

5.16. $\lambda_{\text{H}_\alpha} = 6563 \text{ \AA}$, $\lambda_{\text{H}_\beta} = 4861 \text{ \AA}$, $\lambda_{\text{H}_\gamma} = 4340 \text{ \AA}$, $\lambda_{\text{H}_\delta} = 4102 \text{ \AA}$.

5.17. У иона He^+ короче в 4 раза, у иона Li^{2+} короче в 9 раз.

5.18. $\lambda_{\infty 1}(\text{H}) = \lambda_{\infty 2}(\text{He}^+) = 911,3 \text{ \AA}$.

5.19. $N = 6$.

5.20.

$$R^* = \frac{1}{2\hbar} \alpha^2 m_e c^2, \quad \omega_{nm} = \frac{1}{2\hbar} \alpha^2 m_e c^2 Z^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

5.21. Принимая условно «радиус» атома равным радиусу n -й боровской орбиты, получаем $r_{100} = 10^4 r_1 = 0,53$ мкм. Согласно формуле Бальмера, $\lambda_{100 \rightarrow 99} = 4,6$ см.

5.22. Заполненная подоболочка характеризуется нулевыми значениями моментов импульса: $\vec{M}_L = \vec{M}_S = \vec{M}_J = 0$. Из закона сохранения момента импульса следует, что моменты импульса «выбитого» электрона равны моментам импульса оставшегося иона. Следовательно, одинаковыми будут и квантовые числа L , S , J , и соответствующие термы.

5.23. Система термов атомов, потерявших один из внутренних электронов, аналогична термам атомов с единственным электроном, имеющим квантовые числа L и J , представленные на рисунке P5.1. Правила отбора $\Delta L = \pm 1$, $\Delta J = 0, \pm 1$ разрешают только переходы, изображенные на этом рисунке.

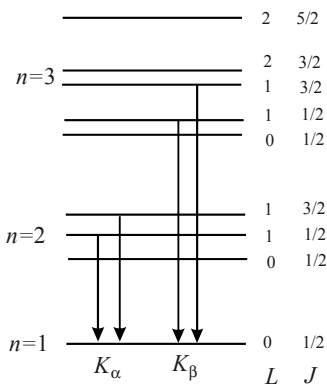


Рис. P5.1

5.24. $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$ Отсюда

$$\Delta p \sim p = \sqrt{2m_{\pi}E_0},$$

так как, в силу закона сохранения энергии, кинетическая энергия $K = E_0$. Следовательно

$$R_{\text{я}} = \Delta x \sim \frac{\hbar}{\sqrt{2m_{\pi}E_0}} = \frac{\sqrt{2}\hbar c}{2E_0} \sim 10^{-15} \text{ м.}$$

5.25.

Большинство химических элементов представляют собой смесь нескольких изотопов с различными значениями относительных

атомных масс, и в таблице Менделеева указывается их среднее значение для природного изотопного состава. Кроме того, при образовании ядра из протонов и нейтронов часть массы переходит в энергию связи.

5.26.

Энергия связи ядра пропорциональна его дефекту масс: $E_{\text{св}} = \Delta mc^2$, $\Delta m = Z\Delta_{\text{H}} + (A - Z)\Delta_{\text{n}} - \Delta$, где Δ_{H} , Δ_{n} , Δ – избытки масс ($M - A$) атома водорода, нейтрона и атома, соответствующего данному ядру. Рассмотрим, например, изобары ${}^3_1\text{H}$ и ${}^3_2\text{He}$. Подставляя в формулу для дефекта масс значения $\Delta_{\text{H}} = 0,007825$ а.е.м., $\Delta_{\text{n}} = 0,008665$ а.е.м., $\Delta_{{}^3_1\text{H}} = 0,016049$ а.е.м., $\Delta_{{}^3_2\text{He}} = 0,016030$ а.е.м., получаем $\Delta m_{{}^3_1\text{H}} = 0,009106$ а.е.м., $\Delta m_{{}^3_2\text{He}} = 0,008285$ а.е.м. Следовательно, энергия связи изобара, соответствующего более тяжелому химическому элементу (гелию), вполне может быть меньше, чем у изобара, соответствующего менее тяжелому элементу (водороду). Однако удельная энергия связи $E_{\text{св}}/A$ больше у ядра ${}^3_1\text{H}$, следовательно, оно более устойчиво, чем ядро ${}^3_2\text{He}$.

5.27.

Изомерия атомных ядер объясняется различным временем жизни возбужденного ядра в разных метастабильных состояниях.

5.28.

$$m_{\text{Pb}} = \frac{206}{238} m_{\text{U}} \left(e^{\frac{t \ln 2}{T}} - 1 \right) = 0,87 \text{ кг.}$$

5.29. $E = 6,6 \cdot 10^{14}$ Дж.

6. Статистическая физика и термодинамика

6.1. См. таблицу:

Скорости	N ₂	O ₂	Ar ₂	CO ₂	H ₂ O	H ₂
v _B , км/с	0,422	0,395	0,353	0,337	0,528	1,58
<v>, км/с	0,476	0,445	0,398	0,380	0,594	1,78
v _{кв} , км/с	0,517	0,483	0,432	0,412	0,644	1,93

6.2. v_B = 396 м/с. Превышение этой величины над скоростью звука в воздухе при той же температуре означает, что значительная часть молекул воздуха в звуковой волне может выходить за пределы области сжатия и заходить в нее обратно.

6.3. Наивероятнейшая скорость электронов вблизи Солнца v_B = $\sqrt{2kT_{\odot} / m_e} = 4,18 \cdot 10^5$ м/с; их вторая космическая скорость v₂ = $\sqrt{2GM_{\odot} / R_{\odot}} = 6,18 \cdot 10^5$ м/с. Близость этих величин означает, что большая доля электронов покидает Солнце, образуя наряду с другими частицами солнечный ветер.

6.4. p = 743 мм рт. ст.

6.5. W = 32²⁰, S = 20kln32, где k – постоянная Больцмана.

6.6. Согласно принципу Паули, в каждом состоянии находится по 2 электрона с противоположно ориентированными спинами. Поэтому их концентрация в интервале энергий шириной dE равна dn = 2f(E)g(E)dE, где f(E) – функция распределения Ферми – Дирака:

$$f(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-E_F}{kT}} + 1}.$$

Интегрируя выражение для dn по E от 0 до энергии Ферми E_F, получаем

$$n = \frac{8\pi}{3} \frac{(2m)^{3/2}}{h^3} E_F^{3/2}.$$

6.7.

$$E_F = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{2/3}.$$

6.8. Из уравнения теплопроводности следует, что за время τ через площадь контакта S проходит количество теплоты $Q = \kappa(\Delta T/l)S\tau$. Оно расходуется на нагревание слоя толщиной l на разность температур ΔT : $Q = c\rho lS\Delta T$. Отсюда $l = \sqrt{\chi\tau}$, где $\chi = \kappa/(c\rho)$ – коэффициент температуропроводности. Таким образом, $\tau_0 = l_0^2/\chi_0 = 1$ с, где $\chi_0 = 1,5 \cdot 10^{-7}$ м²/с – коэффициент температуропроводности воды.

6.9. Как следует из ответа к упражнению 6.8, в любой момент времени глубина проникновения тепла в теле и в материале равны соответственно $l_0 = \sqrt{\chi_0\tau}$ и $l_m = \sqrt{\chi_m\tau}$. Приравнивая тепловые потоки в области контакта для обеих сред, получаем

$$\kappa_0 \frac{t_0 - t_b}{\sqrt{\chi_0\tau}} = \kappa_m \frac{t_m - t_0}{\sqrt{\chi_m\tau}}; \quad t_0 = \frac{t_b - \theta t_m}{1 + \theta},$$

где

$$\theta = \frac{\kappa_m}{\kappa_0} \sqrt{\frac{\chi_0}{\chi_m}} = \sqrt{\frac{\kappa_m c_m \rho_m}{\kappa_0 c_0 \rho_0}}.$$

Подставляя соответствующие справочные данные, получаем для контактов: рука – воздух – $t_0 = 36^\circ\text{C}$; рука – дерево – $t_0 = 34^\circ\text{C}$; рука – железо – $t_0 = 22^\circ\text{C}$. Таким образом, неподвижный воздух практически не ощущается, деревянные предметы кажутся лишь немного прохладнее тела, а металлы кажутся холодными.

6.10. Примерзание кожи к металлу возможно при температуре контакта $t_0 < 0^\circ\text{C}$. Из решения предыдущего упражнения следует, что примерзания не будет при температуре воздуха $t > -t_b/\theta$, где $t_b = 36^\circ\text{C}$ – температура тела человека. Для железа $t > -36^\circ\text{C}$; для алюминия $t > -12^\circ\text{C}$; для золота $t > -2^\circ\text{C}$.

6.11. Указание: следует воспользоваться уравнением Клапейрона – Менделеева.

$$6.12. n = p/(kT) = 30 \text{ см}^{-3}.$$

6.13. Согласно второму началу термодинамики, в изолированной системе энтропия в ходе реальных (необратимых) процессов возрастает. Иначе говоря, в изолированной системе все процессы развиваются лишь в одном направлении – в сторону увеличения степени беспорядка, т. е. система стремится к своему наиболее хаотически перемешанному состоянию – состоянию термодинамического равновесия. Таким образом, второе начало термодинамики эквивалентно асимметрии времени, выделяя его однонаправленный характер.

Как показал еще в XIX в. австрийский физико-химик И. Лошмидт, этим термодинамика и статистическая физика разительно отличаются от механики, уравнения которой инвариантны относительно смены знака времени.

Указанное противоречие в какой-то мере разрешается в рамках неравновесной термодинамики, разработанной бельгийским физико-химиком И. Пригожиным в середине XX в. В этой теории необратимость времени тесно связана с принципиальной неустойчивостью открытых нелинейных диссипативных систем.

6.14. Средняя температура воды на поверхности Мирового океана равна приблизительно $17,5^{\circ}\text{C}$. Минимальная температура воды у самого дна океана составляет около 3°C . Тогда максимальный КПД тепловой машины типа «Мировой океан» $\eta = (T_1 - T_2)/T_1 = 4,8\%$. Механическая мощность, развиваемая машиной, $P = \eta(1 - A)P_{\odot}$, где $A = 0,35$ – альбедо Земли – доля отраженной солнечной энергии, $P_{\odot} = 1,75 \cdot 10^{17}$ Вт – мощность теплового излучения Солнца вблизи Земли. Следовательно, $P = 5,46 \cdot 10^{15}$ Вт.

$$6.15. P'_1 = \eta_Q P' = 1,5 \text{ кВт или } 25 \text{ Дж/мин.}$$

$$6.16. T_2 = T_1 \eta_Q / (1 + \eta_Q) = 291 \text{ К или } 18^{\circ}\text{C}.$$

6.17. КПД ТЭЦ $\eta \approx 70\%$. Это означает, что из $1,0$ Дж химической энергии горючего можно получить $0,7$ Дж теплоты. Поскольку температура горения нефти или мазута высока, то около 85% химической энергии топлива можно превратить в работу. Коэффициент передачи тепловой энергии в тепловых насосах около 10 (см. упражне-

ние 6.15). Таким образом, 1 Дж энергии исходного горючего позволяет получить $10 \cdot 0,85 = 8,5$ Дж тепла.

6.18. Плотность льда меньше плотности воды, поэтому при замерзании объем льда становится больше, чем объем воды, имевшейся в сосуде. Вода не успевает вылиться из сосуда, так как замерзание начинается с поверхности. Поэтому стекло разрушается.

6.19.

$$A = RT \ln \frac{V_2 - b}{V_1 - b} + a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right).$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Капица, П. Л. Физические задачи / П. Л. Капица. – М. : Знание, 1972. – 48 с.
2. Коган, Б. Ю. Сто задач по физике : учебное руководство / под ред. И. Е. Иродова; Б. М. Коган. – М. : Наука, 1986. – 64 с.
3. Козел, С. М. Сборник задач по физике / С. М. Козел, Э. И. Рашба, С. А. Славатинский. – М. : Наука, 1978. – 192 с.
4. Zubov, V. G. Задачи по физике / В. Г. Zubov, В. П. Шальнов. – М. : Наука, 1985. – 256 с.
5. Савельев, И. В. Сборник вопросов и задач по общей физике / И. В. Савельев. – М. : Наука, 1982. – 272 с.
6. Иродов, И. Е. Сборник задач по атомной и ядерной физике / И. Е. Иродов. – М. : Атомиздат, 1976. – 232 с.
7. Киттель, Ч. Берклевский курс физики: Ч. 1. Механика / пер. с англ.; Ч. Киттель, У. Найт, М. Рудерман. – М. : Наука, 1971. – 680 с.
8. Парселл, Э. Берклевский курс физики: Ч. 2. Электричество и магнетизм / пер. с англ.; Э. Парселл. – М. : Наука, 1971. – 448 с.
9. Крауфорд, Ф. Берклевский курс физики: Ч. 3. Волны / пер. с англ.; Ф. Крауфорд. – М. : Наука, 1974. – 528 с.
10. Вихман, Э. Берклевский курс физики: Ч. 4. Квантовая физика / пер. с англ.; Э. Вихман. – М. : Наука, 1974. – 416 с.
11. Рейф, Ф. Берклевский курс физики: Ч. 5. Статистическая физика / пер. с англ.; Ф. Рейф. – М. : Наука, 1972. – 352 с.
12. Орир, Дж. Физика: в 2 т. / пер. с англ.; Дж. Орир. – М. : Мир, 1981.
13. Сивухин, Д. В. Общий курс физики: в 5 т. / Д. В. Сивухин. – М. : Наука, 1974.
14. Браже, Р. А. Лекции по физике: учебное пособие / Р. А. Браже. – СПб. : Издательство «Лань», 2013. – 320 с.
15. Браже, Р. А. Сборник задач по физике: учебное пособие / Р. А. Браже. – Ульяновск : УлГТУ, 1995. – 268 с.

Рудольф Александрович БРАЖЕ
**ВОПРОСЫ И УПРАЖНЕНИЯ
НА ПОНИМАНИЕ ФИЗИКИ**

Учебное пособие
Издание третье, стереотипное

Зав. редакцией
естественнонаучной литературы *М. В. Рудкевич*

ЛР № 065466 от 21.10.97
Гигиенический сертификат 78.01.10.953.П.1028
от 14.04.2016 г., выдан ЦГСЭН в СПб
Издательство «ЛАНЬ»
lan@lanbook.ru; www.lanbook.com;
196105, Санкт-Петербург, пр. Юрия Гагарина, 1, лит. А.
Тел.: (812) 412-92-72, 336-25-09.
Бесплатный звонок по России: 8-800-700-40-71

Подписано в печать 21.03.18.
Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Формат 84×108^{1/32}.
Печать офсетная. Усл. п. л. 3,78. Тираж 100 экз.

Заказ № 176-18.

Отпечатано в полном соответствии
с качеством предоставленного оригинал-макета
в АО «Т8 Издательские технологии».
109316, г. Москва, Волгоградский пр., д. 42, к. 5.